

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo
Oddelek za fiziko

Diplomsko delo

**PROSTORSKO SELEKTIVNA JEDRSKA
MAGNETNA REZONANCA
S POMOČJO POVRŠINSKIH TULJAV**

Igor Serša

Ljubljana 1991

Zahvala

Iskreno se zahvaljujem svojemu mentorju prof. dr. Janezu Seligerju za pravilno usmerjanje in konkretno pomoč pri izdelavi naloge.

Temo za moje diplomsko delo so predlagali strokovni delavci inštituta Jožef Stefan oddelka za tomografijo NMR. Ko jo je komisija za študijska vprašanja odobrila, so mi omogočili delo v svoji sredini in v praktičnem delu naloge tudi sodelovali. Iskrena zahvala zato tudi dr. Franciju Demšarju, Orestu Jarhu in ostalim članom tega oddelka.

Povzetek

V biofizikalnih raziskavah živih organizmov se v zadnjem času vse pogosteje uporablja jedrska magnetna resonanca. Namen teh raziskav je izmeriti spekter magnetne resonance jeder iz določenega tkiva v površini ali pod njo. V ta namen že obstajajo številne metode, s katerimi dosežemo lokalizacijo aktivnega področja vzorca s pomočjo zunanjih gradientov magnetnega polja. Uporaba teh polj pa ni neizogibna. Tako sem v tem diplomskem delu predstavil metodo, s katero lahko dosežemo lokalizacijo le z uporabo površinske tuljave in posebnega pulznega zaporedja $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$.

Površinska tuljava ustvarja najmočnejše radiofrekvenčno magnetno polje B_1 na površini. To polje pa z naraščajočo globino hitro pada. Vedno dobimo največ signala precesije jeder iz področij, kjer je dolžina pulza enaka $\theta = \gamma B_1 t_p = \pi/2, 3\pi/2, \dots$, najmanj pa iz področij, kjer je $\theta = \pi, 2\pi, \dots$. S trajanjem pulza t_p lahko izberemo globino teh področij. Izkaže pa se, da lahko z omenjenimi pulznimi zaporedji tudi močno vplivamo na njihovo debelino. Tako iz področja, kjer je dolžina pulza enaka θ , sprejmemo signal z intenziteto sorazmerno $\theta \sin^{2n+1}(\theta)$.

Pravilnost teoretskih napovedi za porazdelitev intenzitete signala sem preveril z merjenjem porazdelitve intenzitete signala v osi površinske tuljave. Z dvoplastnim vzorcem sem preizkusil učinkovitost merjenja spektra iz določene globine vzorca. Na koncu pa sem nakazal uporabnost te metode v biofizikalnih raziskavah živih organizmov na primeru vodikovih spektrov roke.

Kazalo

1. Uvod	1
1.1 Osnove NMR	1
1.1.1 Energijski nivoji, absorbcija energije in relaksacija spin-mreža . . .	1
1.1.2 Blochove enačbe	3
1.1.3 Magnetizacija v vrtečem se koordinatnem sistemu in pulzni eksperiment	4
1.1.4 Viskoločljivi spekter NMR	7
1.1.5 Spinski odmev	9
1.2 Namen in vsebina dela	10
2. Izvedba pulznega eksperimenta NMR	11
3. NMR s površinsko tuljavo	16
3.1 Spinski odmev za poljubno dolžino pulzov	16
3.2 Globinska pulzna zaporedja in površinska tuljava	20
3.2.1 Globinska pulzna zaporedja	20
3.2.2 Magnetno polje krožne tokovne zanke	22
3.3 Meritve	26
3.3.1 Prostorska selektivnost globinskih pulznih zaporedij	26
3.3.2 Odvisnost lege aktivnega področja od dolžine pulzov	28
3.3.3 Spektri nehomogenega vzorca	30
3.3.4 Spektri roke	34
4. Sklep	36
A Dodatek : Sprejemnost signala	37
B Dodatek : Magnetno polje krožne tokovne zanke	39
Literatura	41

1. Uvod

Prvi poskus, v katerem je uspelo detektirati jedrsko magnetno resonanco je bil izveden leta 1946. Od takrat pa do danes se je jedrska magnetna resonanca s kratico NMR (nuclear magnetic resonance) uspela uveljaviti na številnih področjih raziskav. Sprva se je uporabljala v kemiji in fiziki, v novejšem času pa se vse več uporablja tudi na področju biofizike. Tu sta opazni predvsem dve smeri razvoja: eno predstavlja tomografija NMR, drugo pa in vivo spektroskopija NMR - spektroskopija živih bitij.

In vivo spekter NMR je bogat z informacijami o življenjskih procesih v organizmu. Pogosto želimo izmeriti spekter samo iz nekega določenega tkiva ali organa, ki pa je lahko v poljubni globini pod površino. Kako lahko to storimo, se bomo seznanili v tem diplomskem delu. Pred tem pa nekaj o osnovah NMR.

1.1 Osnove NMR

1.1.1 Energijski nivoji, absorbcija energije in relaksacija spin-mreža

Večina jeder ima vrtilno količino in zato tudi dipolni magnetni moment. Tako ima jedro z vrtilno količino $\hbar \vec{I}$ magnetni moment

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{I} \quad (1.1)$$

Tu je γ giromagnetno razmerje - konstanta za posamezno vrsto jeder; γ je lahko tako pozitivna kot tudi negativna. Ker imajo jedra dipolni magnetni moment interagirajo z magnetnim poljem. To interakcijo lahko opišemo s Hamiltonovim operatorjem

$$\hat{\mathcal{H}} = -\vec{B} \hat{\vec{\mu}} \quad (1.2)$$

V primeru statičnega magnetnega polja $\vec{B}_0$, s smerjo osi z , preide ta operator v obliko

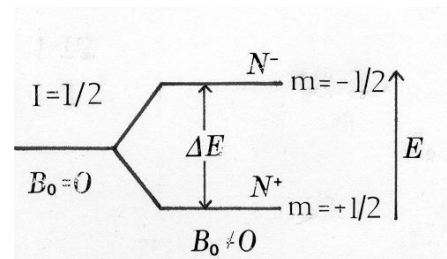
$$\hat{\mathcal{H}} = -\gamma \hbar B_0 \hat{I}_z \quad (1.3)$$

Za jedra s spinom I so lastne vrednosti tega operatorja enake

$$E_m = -\gamma \hbar B_0 m \quad ; \quad m = -I, -I + 1, \dots, I \quad (1.4)$$

lastne funkcije pa imajo dobro določeno projekcijo vrtilne količine na smer magnetnega polja $\vec{B}_0$. Te bomo označili z $|m\rangle$.

Osnovno stanje jedra s spinom I , ki je izven magnetnega polja $2I + 1$ krat degenerirano, se v magnetnem polju razcepi na $2I + 1$ energijskih nivojev. Temu razcepu pravimo Zeemanov razcep.



Slika 1.1: Zeemanov razcep ($I = 1/2$)

Energijski nivoji so med seboj enako razmaknjeni, energijska razlika med dvema sosednjima nivojema pa je enaka

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0 \quad (1.5)$$

Pričakujemo, da je mogoče zaznati prisotnost teh energijskih nivojev z nekakšno spektralno absorbcijo. Potrebujemo interakcijo, ki lahko povzroči prehode med Zeemanovimi nivoji. Zaradi ohranitve energije potrebujemo časovno odvisno interakcijo frekvence ω_0 , ki je določena z enačbo

$$\Delta E = \hbar \omega_0 \quad ; \quad \omega_0 = \gamma B_0 \quad (1.6)$$

Najpogosteje to interakcijo izvedemo z vrtečim magnetnim poljem $\vec{B}_1$, ki je pravokotno na statično polje $\vec{B}_0$. Dokler je polje B_1 vklopljeno lahko jedra absorbirajo energijo in preidejo iz stanja z nižjo energijo v sosednje stanje z višjo energijo $|m\rangle \rightarrow |m-1\rangle$. Z enako verjetnostjo pa lahko pride tudi do obratnega procesa, to je emisije, pri kateri gredo jedra iz stanja z višjo energijo v sosednje stanje z nižjo energijo $|m-1\rangle \rightarrow |m\rangle$.

V primeru jeder s spinom $I = 1/2$ imamo dva energijska nivoja: $|+1/2\rangle$ in $|-1/2\rangle$ z zasedenostjo N^+ in N^- . Ker sta procesa absorbcije in emisije enako verjetna, bomo lahko absorbcijo energije zaznali le v primeru, ko bo nivo z nižjo energijo bolj zaseden od tistega z višjo energijo $N^+ > N^-$. Ko vzorec vstavimo v magnetno polje, se ta namagnetni ($N^+ > N^-$), saj bi v nasprotnem primeru ostalo $N^+ = N^-$ in ne bi mogli opazovati jedrske magnetne resonance. Ker imajo jedra namagnetnega vzorca v magnetnem polju nižjo energijo od jeder še nenamagnetnega vzorca, so morala jedra pri procesu magnetenja ta višek energije oddati okolici. Za to pa je potrebna sklopitev sistema jeder z okolico - mrežo. Očitno ta sklopitev obstaja, za njo pa je odgovorna vrsta interakcij med sistemom jeder in mrežo. Proces vzpostavljanja ravnovesne zasedenosti energijskih nivojev jeder v magnetnem polju imenujemo relaksacija spin-mreža.

Termodinamsko bi lahko magnetenje opisali kot proces prenosa toplote iz sistema jeder k rezervoarju - mreži. Če definiramo termodinamsko stanje sistema jeder s spinsko temperaturo T_s , definirano na sledeč način

$$N^-/N^+ = e^{-\Delta E/kT_s} \quad (1.7)$$

potem bo ravnovesno stanje vzpostavljeno, ko se bodo jedra 'ohladila' na temperaturo mreže $T_s = T$.

Pri NMR poskusih uporabljamo zelo močna magnetna polja ($B_0 \approx 1 T$). Ker so magnetni momenti jeder velikosti jedrskega magnetona ($\mu_j = e\hbar/2m_p \approx 5 \cdot 10^{-27} Am^2$), so frekvence resonančnih absorbcij v območju radijskih - RF valov (100 MHz za protone v polju 2,35 T). Pri sobni temperaturi je $\Delta E/kT \approx 10^{-6}$, kar pomeni, da je populacija N^+ pri milijon jedrih, samo za eno jedro številčnejša od populacije N^- . Za dobro izvedbo NMR poskusov potrebujemo čim večjo absorbirano moč. Ker je ta sorazmerna $P \propto (N^+ - N^-) \Delta E \propto B_0^2/T$, je razumljivo, da je uporaba izredno močnega statičnega magnetnega polja nepogrešljiva. Močnejšo absorbcijo energije pa dobimo tudi, če vzorec močno ohladimo.

1.1.1.2 Blochove enačbe

Jedro naj v trenutku t opisuje valovna funkcija $\psi(t)$. Radi bi zapisali enačbo, ki bo opisovala časovno spreminjanje pričakovane vrednosti magnetnega momenta jedra v magnetnem polju $\vec{B}$. Za začetek izračunajmo odvod pričakovane vrednosti magnetnega momenta po času

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \hat{\vec{\mu}} \rangle(t)}{dt} &= \frac{d}{dt} \langle \psi(t) | \hat{\vec{\mu}} | \psi(t) \rangle = \\ &= \frac{i}{\hbar} (\langle \hat{\mathcal{H}} \psi(t) | \hat{\vec{\mu}} | \psi(t) \rangle - \langle \psi(t) | \hat{\vec{\mu}} | \hat{\mathcal{H}} \psi(t) \rangle) = \\ &= \frac{i}{\hbar} \langle \psi(t) | [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\vec{\mu}}] | \psi(t) \rangle \end{aligned} \quad (1.8)$$

Tu smo upoštevali $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}^+$ in $\partial \hat{\vec{\mu}} / \partial t = 0$. Ker je $\vec{B}$ v splošnem poljubna vektorska funkcija časa je Hamiltonov operator enak

$$\hat{\mathcal{H}} = -\gamma \hbar \vec{B} \cdot \vec{I} = -\gamma \hbar (B_x \hat{I}_x + B_y \hat{I}_y + B_z \hat{I}_z) \quad (1.9)$$

Če želimo izračunati odvod pričakovane vrednosti magnetnega momenta po času, moramo poznati vse komutatorje $[\hat{I}_i, \hat{I}_j]$

$$\begin{aligned} \frac{d \langle \hat{\vec{\mu}} \rangle}{dt} &= -i \gamma^2 \hbar \langle \psi | \begin{bmatrix} [\hat{I}_x, \hat{I}_x] & [\hat{I}_y, \hat{I}_x] & [\hat{I}_z, \hat{I}_x] \\ [\hat{I}_x, \hat{I}_y] & [\hat{I}_y, \hat{I}_y] & [\hat{I}_z, \hat{I}_y] \\ [\hat{I}_x, \hat{I}_z] & [\hat{I}_y, \hat{I}_z] & [\hat{I}_z, \hat{I}_z] \end{bmatrix} | \psi \rangle \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \\ &= \gamma \begin{bmatrix} 0 & -\langle \hat{\mu}_z \rangle & \langle \hat{\mu}_y \rangle \\ \langle \hat{\mu}_z \rangle & 0 & -\langle \hat{\mu}_x \rangle \\ -\langle \hat{\mu}_y \rangle & \langle \hat{\mu}_x \rangle & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \gamma \langle \hat{\vec{\mu}} \rangle \times \vec{B} \end{aligned}$$

Dobili smo diferencialno enačbo, ki opisuje spreminjanje pričakovane vrednosti magnetnega momenta v magnetnem polju

$$\frac{d \langle \hat{\vec{\mu}} \rangle}{dt} = \gamma \langle \hat{\vec{\mu}} \rangle \times \vec{B} \quad (1.10)$$

Namesto magnetnega momenta jedra, ki je mikroskopska količina, je smiselno v enačbe vpeljati ustrezno merljivo makroskopsko količino - to je jedrsko magnetizacijo. Ta je definirana na sledeč način

$$\vec{M} = \sum_{i=\Delta V} \frac{\vec{\mu}_i}{\Delta V} = n \langle \hat{\vec{\mu}} \rangle \quad (1.11)$$

Indeks i teče po vseh opazovanih jedrih znotraj ustrezno majhnega dela vzorca prostornine ΔV , n pa je število opazovanih jeder na enoto prostornine. Če enačbo (1.10) pomnožimo z n , potem dobimo

$$\frac{d \vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{B} \quad (1.12)$$

Ta enačba povsem dobro opisuje spreminjanje jedrske magnetizacije v sistemu izoliranih jeder. Taka jedra ne interagirajo med seboj, ravno tako pa tudi ne z mrežo. Do opisa realnejše slike dogajanja moramo to enačbo še dopolniti z opisom procesa relaksacije.

V prejšnjem poglavju smo ugotovili, da se po vstavitvi vzorca v magnetno polje začne, zaradi interakcij jeder z mrežo, vzpostavljati ravnovesno stanje. V ravnovesnem stanju je zasedenost nivojev z nižjo energijo večja od zasedenosti nivojev z višjo energijo, vzorec pa ima takrat jedrsko magnetizacijo v smeri magnetnega polja $M_z = M_0$. Ob privzetku, da je proces magnetenja vzorca eksponentna funkcija časa, lahko enačbo longitudinalne ali relaksacije spin-mreža zapišemo v obliki

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1} \quad (1.13)$$

Tu je T_1 čas relaksacije spin-mreža. Če ima magnetizacija v statičnem magnetnem polju B_0 transverzalno komponento M_{xy} različno od nič, potem bo ta začela padati proti ravnovesni vrednosti $M_{xy} = 0$. Privzeli bomo, da je M_{xy} eksponentno padajoča funkcija časa. Tako lahko enačbo transverzalne ali relaksacije spin-spin zapišemo v obliki

$$\frac{dM_{xy}}{dt} = -\frac{M_{xy}}{T_2} \quad (1.14)$$

Tu je T_2 relaksacijski čas spin-spin. To, da se lahko relaksacijski čas T_2 razlikuje od T_1 je razumljivo, saj za razliko od longitudinalne relaksacije, transverzalna relaksacija ohranja energijo jeder v magnetnem polju. Zato tu ni potrebe po prenosu energije od jeder k mreži. Vedno pa tudi velja $T_1 \geq T_2$.

Zgoraj zapisane enačbe relaksacije pravilno opisujejo spreminjanje magnetizacije samo v primeru statičnega magnetnega polja B_0 . Spreminjanje magnetizacije pod vplivom poljubnega magnetnega polja $\vec{B}(t)$ opišemo s kombinacijo enačb gibanja (1.12) z enačbami relaksacije (1.13) in (1.14)

$$\begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} &= \gamma (\vec{M} \times \vec{B})_x - \frac{M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} &= \gamma (\vec{M} \times \vec{B})_y - \frac{M_y}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} &= \gamma (\vec{M} \times \vec{B})_z + \frac{M_0 - M_z}{T_1} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Te enačbe se imenujejo Blochove enačbe. Čeprav so to le približne enačbe in ne opisujejo vseh spinskih pojavov, so nepogrešljive pri opisu spreminjanja magnetizacije pod vplivom RF magnetnega polja in vzpostavljanja ravnovesnega stanja magnetizacije.

1.1.1.3 Magnetizacija v vrtečem se koordinatnem sistemu in pulzni eksperiment

Pogosto je ugodno opazovati spreminjanje magnetizacije v vrtečem se koordinatnem sistemu, saj se lahko v tem koordinatnem sistemu Blochove enačbe močno poenostavijo. Koordinatne osi vrtečega se sistema bomo označevali z x', y', z' , bazne vektorje pa z $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$. V tem sistemu se odvod $d\vec{M}/dt$ zapiše kot

$$\begin{aligned}\vec{M} &= M_{x'} \vec{i}' + M_{y'} \vec{j}' + M_{z'} \vec{k}' \\ \frac{d\vec{M}}{dt} &= \frac{dM_{x'}}{dt} \vec{i}' + \frac{dM_{y'}}{dt} \vec{j}' + \frac{dM_{z'}}{dt} \vec{k}' + M_{x'} \frac{d\vec{i}'}{dt} + M_{y'} \frac{d\vec{j}'}{dt} + M_{z'} \frac{d\vec{k}'}{dt}\end{aligned}\quad (1.16)$$

Časovne odvode enotnih vektorjev $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$, ki se glede na laboratorijski koordinatni sistem vrtijo s frekvenco $\vec{\omega}_r$, lahko zapišemo kot

$$\frac{d\vec{i}'}{dt} = \vec{\omega}_r \times \vec{i}' \quad ; \quad \frac{d\vec{j}'}{dt} = \vec{\omega}_r \times \vec{j}' \quad ; \quad \frac{d\vec{k}'}{dt} = \vec{\omega}_r \times \vec{k}' \quad (1.17)$$

Od tod dobimo zvezo, ki povezuje odvod magnetizacije po času $d\vec{M}/dt$ z odvodom magnetizacije po času glede na vrteči se koordinatni sistem $\delta\vec{M}/\delta t$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{\delta\vec{M}}{\delta t} + \vec{\omega}_r \times \vec{M} \quad (1.18)$$

V vrtečem se koordinatnem sistemu preide enačba (1.12) v naslednjo obliko

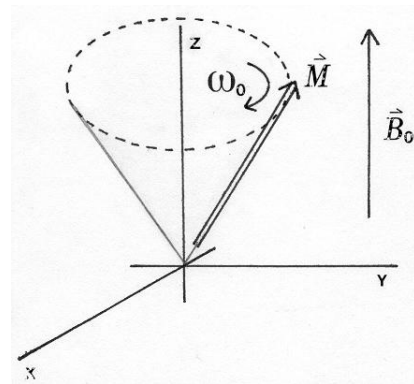
$$\frac{\delta\vec{M}}{\delta t} = \gamma \vec{M} \times \vec{B}_{ef} \quad ; \quad \vec{B}_{ef} = \vec{B} + \frac{\vec{\omega}_r}{\gamma} \quad (1.19)$$

Zgornja enačba ima enako obliko kot enačba (1.12), le zaradi vrtenja koordinatnega sistema moramo namesto pravega polja $\vec{B}$ uporabiti efektivno polje $\vec{B}_{ef}$.

Za začetek si oglejmo primer, ko imamo vzorec v statičnem magnetnem polju $\vec{B} = (0, 0, B_0)$. Če opazujemo magnetizacijo dovolj kratek čas ($t \ll T_2$), potem dogajanje dobro opisujeta tudi enačbi (1.12) oziroma (1.19), ki ne opisuje relaksacije. S primerno izbiro vrtenja koordinatnega sistema lahko dosežemo, da v vrtečem se koordinatnem sistemu postane efektivno magnetno polje enako nič

$$\begin{aligned}\vec{B}_{ef} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\omega}_r &= (0, 0, -\omega_0) \\ \omega_0 &= \gamma B_0\end{aligned}$$

Takrat se enačba (1.19) zapiše v obliki $\delta\vec{M}/\delta t = 0$. To pa pomeni, da v tem koordinatnem sistemu magnetizacija miruje. To mirovanje pa v mirujočem - laboratorijskem koordinatnem sistemu vidimo kot precesijo s frekvenco $\omega_0 = \gamma B_0$ okrog osi, v smeri statičnega magnetnega polja B_0 . Frekvenco jedrske precesije ω_0 imenujemo tudi Larmorjeva frekvenca.

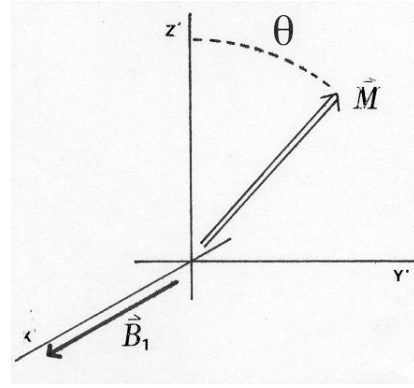


Slika 1.2: Jedrska precesija

Opazimo tudi, da je Larmorjeva frekvenca enaka frekvenci harmonske motnje, določene z enačbo (1.6). Zakaj je temu tako, si bomo ogledali v naslednjih primerih.

Poleg statičnega polja B_0 imejmo še vrteče se magnetno polje B_1 . To polje naj ima v koordinatnem sistemu, ki se vrti z Larmorjevo frekvenco, smer osi x' . Tedaj je $\vec{B}_{ef} = (B_1, 0, 0)$. Tako, kot enačba (1.12) opisuje precesijo s frekvenco γB_0 , okrog $\vec{B}_0$, v laboratorijskem sistemu, opisuje sedaj enačba (1.19) precesijo s frekvenco γB_1 , okrog $\vec{B}_1$ v vrtečem se sistemu. Če je magnetno polje B_1 vklopljeno čas t_p , potem se v tem času magnetizacija zasuče okrog osi x' za kot

$$\theta = \gamma B_1 t_p \quad (1.20)$$



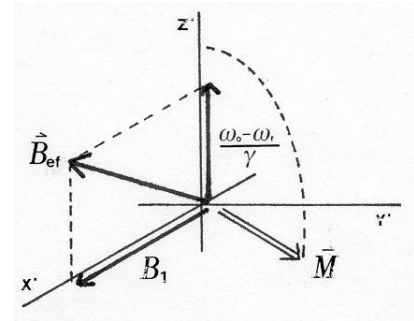
Slika 1.3: Pulz ($\omega_0 = \omega_r$)

S spreminjanjem časa t_p - trajanja pulza, lahko zasučemo magnetizacijo za poljuben kot θ . Enačba (1.20) je osnova tako imenovane pulzne NMR.

V splošnem primeru, frekvenca vrtenja polja B_1 ni v resonanci s frekvenco jedrske precesije ω_0 . Tedaj se v koordinatnem sistemu, ki se vrti skupaj z B_1 , s frekvenco $\vec{\omega}_r = (0, 0, -\omega_r)$, vrti magnetizacija s frekvenco γB_{ef} okrog osi s smerjo

$$\vec{B}_{ef} = (B_1, 0, (\omega_0 - \omega_r)/\gamma)$$

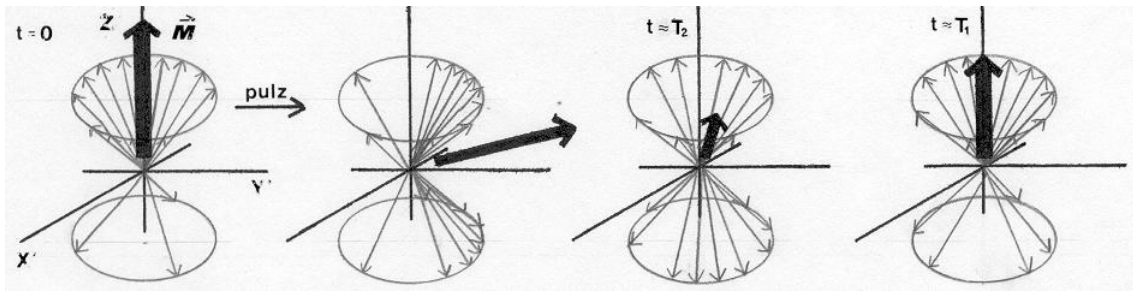
Od tod vidimo, da lahko s pulzom zasučemo magnetizacijo za poljubno velik kot θ le v primeru, ko velja $\gamma B_1 \gg |\omega_0 - \omega_r|$. V nasprotnem primeru, ko je ω_r predaleč od resonančne frekvence ω_0 , ima $\vec{B}_{ef}$ smer približno $\pm z'$ osi in zato takrat s pulzom ne moremo zasukati magnetizacije za poljubno velik kot θ .



Slika 1.4: Pulz ($\omega_0 \neq \omega_r$)

V ravnovesnem stanju imajo jedra naključno izbrane orientacije v smeri ravnine $x'y'$ in bolj zasedene nivoje z nižjo energijo - večjo projekcijo na os z' . Pulz jedrom v povprečju zmanjša projekcijo na os z' in poveča projekcijo na os y' . Tako stanje sedaj ni več stabilno, saj orientacija jeder v smeri ravnine $x'y'$ ni več naključna, povečala pa se je tudi zasedenost višjih energijskih nivojev. Zaradi transversalne relaksacije, se orientacije jeder začno širiti po ravnini $x'y'$, v povprečju pa imajo še vedno smer y' . Poleg tega pa se zaradi longitudinalne relaksacije začne ponovno vzpostavljati ravnovesna zasedenost energijskih nivojev (slika [1.5]).

Vsa jedra opazovane vrste nikoli ne precesirajo z isto frekvenco ampak pokrivajo neko širše frekvenčno področje, katerega širino bomo označili z $\Delta\omega$. Razlog temu so interakcije tipa jedro-jedro, jedro-elektron, ... Namen poskusov NMR je raziskati porazdelitev precesijskih frekvenc jeder znotraj področja $\Delta\omega$ - izmeriti spekter NMR.



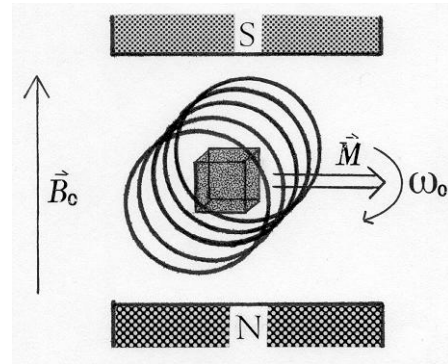
Slika 1.5: Vzpostavljjanje ravnovesnega stanja magnetizacije

V pulznem eksperimentu želimo s pulzom frekvence ω_r za enak kot θ zasukati magnetizacijo vseh jeder, katerih precesijske frekvence ω so znotraj frekvenčnega področja $\omega_r - \Delta\omega/2 < \omega < \omega_r + \Delta\omega/2$. S pulzom trajanja t_p lahko zasučemo tisti del magnetizacije, ki precesira s frekvencami znotraj spektralne širine pluza, to je s frekvencami od $\omega_r - 1/t_p$ do $\omega_r + 1/t_p$. Napake pri zasuku magnetizacije bodo majhne, ko bo spekter pulza pokrival mnogo širše frekvenčno področje, kot precesijske frekvence jeder

$$\Delta\omega \ll \frac{1}{t_p} \quad (1.21)$$

Preprost potek pulznega poskusa izgleda takole: v tuljavo, katere os je pravokotna na $\vec{B}_0$ vstavimo vzorec. Na tuljavo potem vodimo kratkotrajen in močan napetostni sunek, nihajoč s frekvenco ω_0 . Če je trajanje pulza t_p primerno izbrano, se bo magnetizacija jeder zasukala na primer za kot $\theta = \pi/2$. Ta magnetizacija bo po pulzu precesirala okrog $\vec{B}_0$ s frekvenco ω_0 .

To precesijo imenujemo prosta precesija, saj poteka v odsotnosti vrtečega polja B_1 . Vrtenje magnetizacije $\vec{M}_{xy}$ bo povzročilo spreminjanje magnetnega pretoka skozi tuljavo in v njej se bo inducirala napetost - izmerili bomo signal proste precesije. Ta signal je vsota signalov proste precesije vseh jeder, ki jih je pulz vzbudil v precesijo. Porazdelitev njihovih precesijskih frekvenc - spekter NMR pa lahko izračunamo iz izmerjenega signala proste precesije.



Slika 1.6: Eksperiment NMR

V tekočinah je običajno $\Delta\omega$ velikostnega reda 1 kHz , temu primerni časi pulzov so velikostnega reda deset μs , pripadajoče jakosti vrtečih polj pa so velikosti 1 mT .

1.1.4 Viskoločljivi spekter NMR

Spektre NMR tekočin zaradi ozkih spektralnih črt imenujemo tudi viskoločljive spektre. Običajno je tak spekter sestavljen iz več med seboj premaknjenih črt, katerih širine in

višine so v splošnem med seboj različne. Premik spektralnih črt je najpogostejše posledica elektronskega senčenja - kemičnega premika, širina spektralnih črt pa je odvisna od hitrosti transversalne relaksacije. Kot bomo videli kasneje (enačba (2.10)) je širina spektralnih črt na polovični višini enaka $2/T_2$, oziroma točneje $2/T_2^*$.

V snovi imamo tudi lokalna magnetna polja B_{loc} . Ta polja so vsota predvsem dipolnih polj bližnjih jeder, lahko pa so tudi posledica elektronskega paramagnetizma ali diamagnetnih efektov v snovi. Ta polja so velikostnega reda $B_{loc} \approx 0,1 \text{ mT}$.

V trdnih vzorcih so lokalna polja B_{loc} statična. Ta polja so na mestih različnih jeder različna, precesijske frekvence jeder pa so takrat porazdeljene znotraj intervala $\omega_0 - \gamma B_{loc} < \omega < \omega_0 + \gamma B_{loc}$ z vrhom porazdelitve pri frekvenci ω_0 . Zaradi tega se faze precesije jeder s časom vse bolj razhajajo, posledica tega pa je upadanje magneizacije M_{xy} - transversalna relaksacija. Tipična širina spektralne črte je takrat $1/T_2 \approx \gamma B_{loc} \approx 10 \text{ kHz}$, temu ustrezen T_2 pa je $100 \mu\text{s}$.

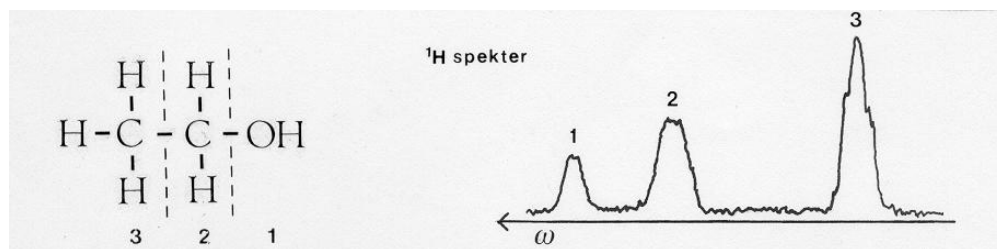
Povsem drugače pa je v tekočinah. Tam lokalna polja niso statična ampak se spreminjajo v skladu z molekularnim gibanjem. Posledica tega so naključne fluktuacije lokalnih polj. Zaradi teh se bodo jedrom razhajale faze precesije dosti počasneje, kot je to primer v trdnih vzorcih. Molekularno gibanje močno zmanjša hitrost transversalne relaksacije. V tekočinah so tipične širine spektralnih črt 1 Hz , temu ustrezen T_2 pa je 1 s .

V molekuli je vsako jedro obdano z elektroni. Ko vstavimo vzorec v magnetno polje, se v molekulah inducirajo tokovi, ki so posledica spremenjenega gibanja elektronov. Ti tokovi ustvarjajo lokalna magnetna polja - elektronsko senčenje, zaradi katerega polje na mestu jedra ni več enako B_0 ampak je

$$B = (1 - \sigma) B_0 \quad (1.22)$$

Tu je σ konstanta senčenja. Gostota elektronskega oblaka je v molekuli neenakomerna. Zato je σ za jedra na kemično neekvivalentnih mestih molekule različen. Spekter NMR takih molekul se zato sestoji iz več črt, ki so nastale zaradi premikov precesijskih frekvenc jeder $\delta\omega = \gamma\sigma B_0$. Ta premik je odraz kemičnega okolja jedra, zato mu pravimo kemični premik. Ker je kemični premik sorazmeren z magnetnim poljem B_0 , ga podajamo v enotah relativnega frekvenčnega premika $\delta\omega/\omega_0$. Tipične vrednosti tega so $\delta\omega/\omega_0 = \sigma \approx 1 - 10 \text{ ppm}$ ($1 \text{ ppm} = 10^{-6}$).

V primeru vodikovega spektra etilnega alkohola $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{OH}$ imamo tri molekularne skupine: CH_3 s tremi vodiki, CH_2 z dvema vodikoma in OH z enim vodikom. Spekter etilnega alkohola ima zato tri črte z relativnimi intenzitetami 3 : 2 : 1. Oblika in premik spektralne črte sta nekakšen 'prstni odtis' določene molekularne skupine.



Slika 1.7: ^1H spekter etilnega alkohola

1..1.5 Spinski odmev

Denimo, da opazujemo vzorec, katerega spekter NMR ima eno samo ozko spektralno črto (na primer vodikov spekter vode). S pulzom dolžine $\pi/2$, katerega polje B_1 ima smer osi x' - pulzom $\pi/2[x]$ bomo zasukali magnetizacijo v smer y' osi. Če ta vzorec leži v popolnoma homogenem magnetnem polju B_0 , potem bo magnetizacija $\vec{M}_{x'y'}$ v vseh delih vzorca tudi po času t ostala usmerjena vzdolž osi y' , njena velikost pa bo zaradi relaksacije spin-spin za faktor e^{-t/T_2} manjša od začetne velikosti.

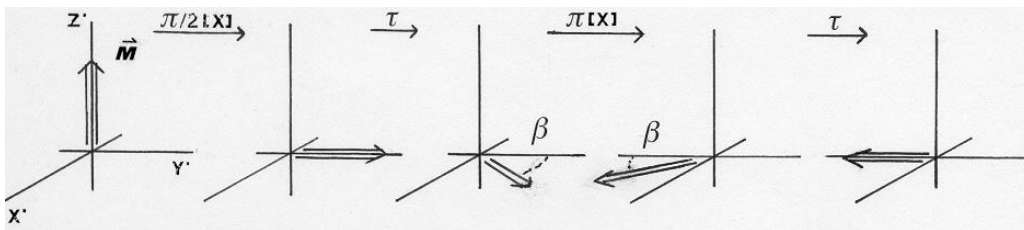
V praksi nimamo nikoli opravka s povsem homogenim magnetnim poljem B_0 ampak imamo vedno krajevne odmike δB_0 od srednje vrednosti polja v celem vzorcu $\langle B_0 \rangle$. Ker je polje B_0 statično, so tudi ti odmiki statični. Zaradi njih se magnetizacija v različnih delih vzorca suče z različnimi hitrostmi $\gamma \delta B_0$, okoli osi z koordinatnega sistema, vrtečega s frekvenco $\omega_r = \gamma \langle B_0 \rangle$. Signal proste precesije ne upada samo zaradi relaksacije spin-spin ampak tudi zaradi razorientacije magnetizacije $\vec{M}_{x'y'}$ v vzorcu. Posledica tega je, da signal proste precesije ne bo upadal s časom T_2 ampak s krajšim časom T_2^* . Če je $\langle \delta B_0^2 \rangle$ kvadrat efektivnega odmika polja B_0 od srednje vrednosti $\langle B_0 \rangle$, potem se čas T_2^* izraža s T_2 po naslednji zvezi

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \gamma \sqrt{\langle \delta B_0^2 \rangle} \quad (1.23)$$

V primeru, ko je T_2 velik, bi morali imeti zelo homogeno polje B_0 , da bi bil $T_2 = T_2^*$ in s tem tudi širina izmerjene spektralne črte merilo za T_2 . V tekočinah, kjer je T_2 velikostnega reda 1 s, bi za to potrebovali magnetno polje z nehomogenostjo manjšo od $10^{-8} B_0$. Tako izredno homogeno polje je eksperimentalno nedosegljivo, zato moramo najti drug način za merjenje zelo dolgih časov T_2 . Rešitev tega problema bomo našli v takoimenovanem spinskem odmevu.

Oglejmo si, kaj se zgodi, če v času τ po pulzu $\pi/2[x]$ izvedemo pulz $\pi[x]$. Vedno lahko izberemo dovolj majhen del vzorca, v katerem je polje B_0 tako homogeno, da je $T_2 = T_2^*$. Opazujmo sedaj tak del vzorca. V njem naj bo polje B_0 za δB_0 odmaknjeno od $\langle B_0 \rangle$. V času τ se bo v njem magnetizacija za kot $\beta = \gamma \delta B_0 \tau$ odmaknila od osi y' . Pulz $\pi[x]$ bo zasukal magnetizacijo okoli osi x' za kot π tako, da bo po pulzu magnetizacija še vedno ležala v ravnini $x'y'$, vendar bo sedaj oklepala z osjo y' kot $\pi - \beta$. Predpostavljamo, da se polje B_0 tudi po pulzu $\pi[x]$ ne bo nič spremenilo in da lahko zanemarimo premik jeder zaradi difuzije. Zato se bo magnetizacija v času τ po pulzu $\pi[x]$ zopet zavrtela za kot β okoli osi z' tako, da bo z osjo y' sedaj oklepala kot $\pi - \beta + \beta = \pi$.

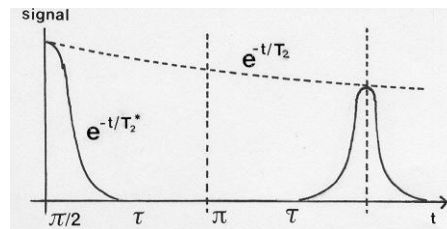
Zanimivo je to, da je ta rezultat neodvisen od kota β in zato tudi od nehomogenosti



Slika 1.8: Razorientacija in ponovno združenje magnetizacije

polja B_0 . To pa pomeni, da bo v času τ po pulzu $\pi[x]$ magnetizacija v vseh delih vzorca usmerjena vzdolž osi $-y'$. Pulz $\pi[x]$ je zopet zbral - refokusiral magnetizacijo.

Signal proste precesije, ki po pulzu $\pi/2[x]$ začne padati kot funkcija e^{-t/T_2^*} , se po času 2τ zaradi refokusacijskega pulza $\pi[x]$ spet močno dvigne, kot nekakšen odmev začetnega signala. Temu pojavu zato pravimo spinski odmev. Višina odmeva je za $e^{-2\tau/T_2}$ nižja od signala, ki sledi pulzu $\pi/2[x]$. Na ta način lahko merimo relaksacijski čas T_2 tudi v primeru, ko je $T_2 \gg T_2^*$.



Slika 1.9: Spinski odmev

1.2 Namen in vsebina dela

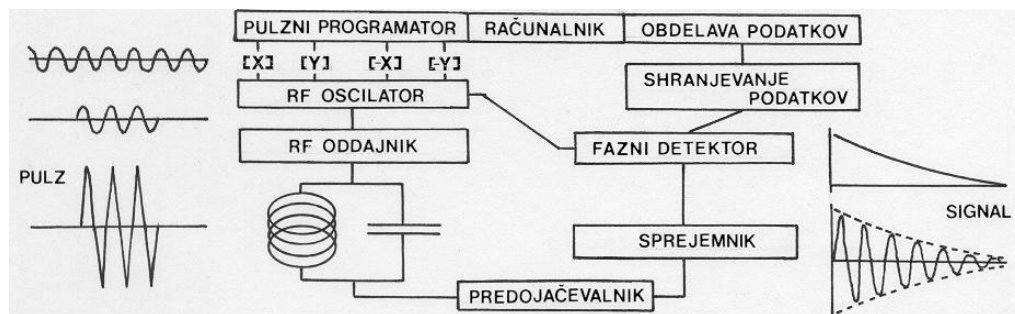
Namen tega diplomskega dela je raziskati učinkovitost in možnost uporabe posebnih pulznih zaporedij - globinskih pulznih zaporedij, s katerimi lahko posnamemo signal NMR le iz dela vzorca v določeni globini.

Z uporabo površinskih tuljav, ki ustvarjajo nehomogeno vrteče se polje B_1 , lahko dosežemo prostorsko selektiven sprejem signala. Izkaže pa se, da lahko to selektivnost močno izboljšamo, če signala proste precesije ne posnamemo takoj po vzbuditvenem pulzu ampak dodamo temu pulzu še več refokusacijskih pulzov in signal posnamemo šele po večkratnem spinskem odmevu. S seštevanjem več takih signalov, ki se razlikujejo po zaporedju faz refokusacijskih pulzov, dobimo signal s povečano prostorsko selektivnostjo.

V diplomskem delu so razložene teoretične osnove globinskih pulznih zaporedij, izračunana je amplituda radiofrekvenčnega magnetnega polja površinske tuljave in občutljivost sprejema - sprejemnost signala površinske tuljave. Opravljene so meritve prostorske porazdelitve signala v osi tuljave v odvisnosti od števila spinskih odmevov in od dolžine pulza. Z računalniškim programom za prilagajanje parametrov modelske funkcije danim merskim točkam je opravljena primerjava izmerjenih porazdelitev s teoretskimi napovedmi. Izdelan je program za računalniško simulacijo prostorske porazdelitve signala in z njim je za vsako od izmerjenih porazdelitev izračunana tudi ustrezna prostorska porazdelitev signala. Izmerjeni so vodikovi spektri dvoplastnega vzorca pri različnem številu spinskih odmevov in različnih dolžinah pulzov. Na koncu je nakazana uporabnost te metode v biofizikalnih raziskavah živih organizmov na primeru vodikovih spektrov roke.

2. Izvedba pulznega eksperimenta NMR

Oprema, ki jo potrebujemo za izvedbo eksperimenta NMR se sestoji iz sprejemno-oddajne sonde, magneta in elektronskih aparaturn. Osrednji del elektronskih aparaturn je računalnik, ki pošilja, sprejema in obdeluje podatke. Pod njegovim nadzorom so vse ostale elektronske naprave: RF oscilator z vrati, RF oddajnik, sprejemnik s predojačevalcem, fazni detektor, AD pretvornik. Te naprave so povezane po sledeči shemi



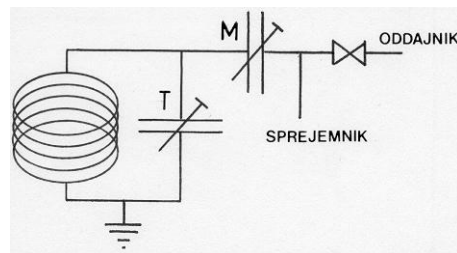
Slika 2.1: Shema opreme laboratorija NMR

Na začetku vsakega eksperimenta pripravimo vzorec in ga vstavimo v sprejemno-oddajno sondo, vse skupaj pa potem vstavimo v magnet. Zatem izberemo primeren pulzni program. To je v bistvu računalniški program, ki našemu računalniku pove, kdaj in kako naj komunicira z ostalimi elektronskimi aparaturnami. V glavnem gre tu za navodila, kdaj naj se pulz izvede, kako naj bo dolg in kakšna naj bo njegova faza. Ravno tako tudi določimo, kdaj ter s kakšno fazo naj sprejemnik sprejme signal. Delovanje pulznega programata si bomo ogledali na primeru preprostega pulznega zaporedja $\pi/2[x] - ACQ[x]$.

Najprej nastavimo dolžino pulzov t_p tako, da velja $\pi/2 = \gamma B_1 t_p$ in naravnomo frekvenco RF oscilatorja na precesijsko frekvenco opazovane vrste jeder $\omega_r = \omega_0$. Zatem zaženemo program in računalnik dobi ukaz, da naj pošlje pulz dolžine t_p in faze $[x]$. Te podatke potem računalnik posreduje RF oscilatorju. To je zelo natančna in frekvenčno stabilna naprava, ki mora biti ves čas pulznega eksperimenta sposobna generirati kateregakoli od štirih sinusnih signalov frekvence ω_r in faze $\delta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. Te signale $\cos(\omega_r t - \delta)$ bomo označili z $[x]$, $[y]$, $[-x]$, $[-y]$.

To je nihajni krog, uglasen na frekvenco jedrske precesije ω_0 . Vzorec je v tuljavi nihajnega

V našem primeru bo v trenutku, ko je računalnik dobil ukaz, da naj pošlje pulz, prišel iz RF oscilatorja signal faze $[x]$. Po preteku časa t_p pa se bodo vrata oscilatorja zaprla in signala ne bo več. Ta signal sedaj vodimo na RF ojačevalnik-oddajnik, ki bo RF signal ojačal tako, da bomo iz njega dobili zelo močan in kratkotrajen pulz napetosti. Tega sedaj vodimo na sprejemno-oddajno sondo.



Slika 2.2: Sonda

kroga, os tuljave pa mora biti pravokotna na statično polje B_0 . Pulz povzroči sinusno nihanje magnetnega polja vzdolž osi tuljave. To nihajoče polje lahko razstavimo na dve v nasprotni smeri vrteči se polji

$$\vec{B} = B (\cos(\omega_r t), 0, 0) = \vec{B}_1 + \vec{B}_1^* \Rightarrow \begin{cases} \vec{B}_1 &= \frac{B}{2} (\cos(\omega_r t), -\sin(\omega_r t), 0) \\ \vec{B}_1^* &= \frac{B}{2} (\cos(\omega_r t), \sin(\omega_r t), 0) \end{cases} \quad (2.1)$$

Če je $\omega_r = \omega_0$, potem lahko vrteče se polje $\vec{B}_1$ zasučje jedrsko magnetizacijo, polje $\vec{B}_1^*$ pa ne, saj se vrti s frekvenco ω_0 v nasprotni smeri precesije jeder in je tako izven jedrske resonance. Polje $\vec{B}_1$ miruje v koordinatnem sistemu, ki se vrti s frekvenco ω_r . Dogovorimo se, da ima v primeru pulza faze $[x]$ polje $\vec{B}_1$ smer osi x' , v primeru pulza faze $[y]$ ima polje $\vec{B}_1$ smer osi y' , ...

Naš pulz $\pi/2[x]$ zasučje jedrsko magnetizacijo v smer osi y' . Po pulzu magnetizacija prosto precesira po ravnini xy . Zaradi tega se spreminja magnetni pretok skozi tuljavo nihajnega kroga in v njej se inducira napetost. Ker je inducirana napetost v resonanci z lastno frekvenco nihajnega kroga, se bo nihanje v nihajnem krogu močno ojačilo. Z merjenjem napetosti na nihajnem krogu bomo lahko izmerili signal proste precesije jeder. Ta signal ima konstanten fazni premik glede na signal RF oscilatorja, s katerim smo izvedli pulz. Privzeli bomo, da je ta fazni premik enak nič. Tako po pulzu faze $[x]$ sledi signal faze $[x]$, po pulzu faze $[y]$ sledi signal faze $[y]$, ...

Za čas trajanja pulza je sprejemnik zaprt, ko se razmere po pulzu v nihajnem krogu stabilizirajo pa začne sprejemati signal. Tega potem predojačevalnik ojača in od tu ga vodimo v fazni detektor. Sedaj je tudi naš računalnik že prišel do drugega ukaza $ACQ[x]$ - zabeleži podatke pri fazi sprejema $[x]$. Signal proste precesije moramo digitalizirati in shraniti v računalniški pomnilnik. Tu nastopijo težave, saj signala, ki niha s frekvenco več 10 MHz ne moremo digitalizirati. Teh težav nas reši fazni detektor. Ta množi signal proste precesije $\cos(\omega_0 t - \delta_p)$ s poljubnim referenčnim signalom iz faznega detektorja $\cos(\omega_r t - \delta_r)$; $\delta_p, \delta_r = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. Čas t moramo sedaj šteti od trenutka, ko je bil pulz končan. Produkt teh dveh signalov je enak

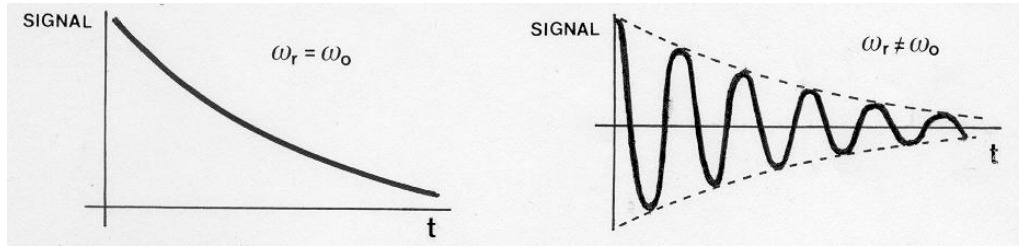
$$\begin{aligned} \cos(\omega_0 t - \delta_p) \cos(\omega_r t - \delta_r) &= \frac{1}{2} \cos((\omega_0 - \omega_r) t - (\delta_p - \delta_r)) + \\ &+ \frac{1}{2} \cos((\omega_0 + \omega_r) t - (\delta_p + \delta_r)) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Visokofrekvenčno komponento frekvence $\omega_0 + \omega_r$ lahko z visokofrekvenčnim filtrom odfiltriramo in ostane le nizkofrekvenčni signal frekvence $\omega_0 - \omega_r$, ki ga lahko digitaliziramo.

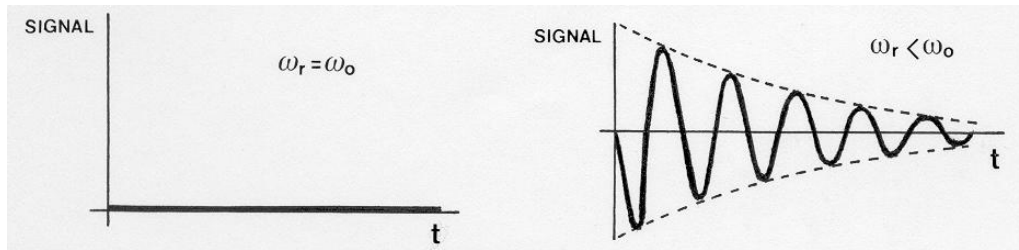
Množenje signala proste precesije z referenčnimi signali $[x]$, $[y]$, $[-x]$, $[-y]$, omogoča opazovanje magnetizacije v koordinatnem sistemu, ki se vrti s frekvenco ω_r . Komponenta magnetizacije $M_{x'}$ je sorazmerna s signalom proste precesije pomnoženim z referenčnim signalom $[-y]$, $M_{y'}$ je sorazmerna s signalom proste precesije, pomnoženim z $[x]$, ... V primeru, ko je dolžina pulza različna od $\pi/2, 3\pi/2, \dots$ ima magnetizacija tudi z komponento $M_{z'}$. Ta komponenta nič ne prispeva k magnetnemu pretoku skozi tuljavo in zato tudi nič ne prispeva k signalu proste precesije. Magnetizacija v ravnini $x'y'$ upada z relaksacijskim časom T_2 tako, da v primeru faze pulza δ_p in faze sprejema δ_r izmerimo sledeč signal proste precesije

$$signal \propto e^{-t/T_2} \cos((\omega_0 - \omega_r) t - (\delta_p - \delta_r)) \quad (2.3)$$

V primeru našega pulznega zaporedja $\pi/2[x] - ACQ[x]$ je faza pulza $[x]$ ($\delta_p = 0$) in faza sprejema $[x]$ ($\delta_r = 0$) tako, da izmerimo naslednji signal



Slika 2.3: Signal posnet s pulznim zaporedjem $\pi/2[x] - ACQ[x]$



Slika 2.4: Signal posnet s pulznim zaporedjem $\pi/2[x] - ACQ[y]$

Zgoraj smo opazovali posebej enostaven primer, ko ima opazovana vrsta jeder le en resonančni vrh pri frekvenci ω_0 . Enkrat je ta frekvenca enaka frekvenci vrtečega se sistema $\omega_0 = \omega_r$, drugič pa ne.

Če izmerimo signal proste precesije le pri eni fazi sprejema, potem s tem nismo opisali vtrenja magnetizacije v vrtečem se koordinatnem sistemu ampak samo nihanje njene projekcije na eno izmed koordinatnih osi tega sistema. Iz nihanja lahko določimo, koliko je frekvenca vrtenja magnetizacije ω_0 odmaknjena od frekvence vrtenja koordinatnega sistema ω_r , ne vemo pa ali je $\omega_0 > \omega_r$ ali $\omega_0 < \omega_r$. Ravno tako ne moremo določiti faze vrtenja. Vrtenje bomo lahko v celoti opisali šele takrat, ko bomo opazovali spreminjanje magnetizacije vzdolž dveh paroma pravokotnih osi. V praksi to pomeni, da moramo pri fazi sprejema $[x]$ poleg operacije $ACQ[x]$ narediti tudi $ACQ[y]$. Takšni detekciji pravimo kvadratura detekcija.

Vrednost magnetizacije v ravnini $x'y'$ bomo opisali s kompleksnim številom, ki je določeno na sledeč način

$$\tilde{M}_{x'y'} = M_{x'} + i M_{y'} \quad (2.4)$$

Tudi signal izmerjen s kvadraturno detekcijo lahko predstavimo v kompleksni obliki $ACQ[x] = ACQ[x] + i ACQ[y]$, ... Ti kompleksni signali so med seboj povezani po zvezi $ACQ[y] = -i ACQ[x]$, ... , vsak od njih pa je sorazmeren $\tilde{M}_{x'y'}$. V primeru, ko precesirajo vsa jedra le pri eni sami frekvenci ω , bomo $\tilde{M}_{x'y'}$ lahko zapisali kot

$$\left. \begin{aligned} M_{x'} &= M_1 \cos((\omega - \omega_r)t - \varphi) \\ M_{y'} &= -M_1 \sin((\omega - \omega_r)t - \varphi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \tilde{M}_{x'y'}(t) &= (M_1 e^{i\varphi}) e^{-i(\omega - \omega_r)t} \\ &= \tilde{M}_1 e^{-i(\omega - \omega_r)t} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Tu smo $\tilde{M}_{x'y'}(t)$ razstavili na kompleksno amplitudo $\tilde{M}_1$, ki opisuje velikost magnetizacije v ravnini $x'y'$ in njeno fazo ter na časovno odvisen del $e^{-i(\omega - \omega_r)t}$, ki opisuje vrteje magnetizacije. Nikoli vsa jedra ne precesirajo le pri eni frekvenci ampak so te frekvence zvezno porazdeljene znotraj frekvenčnega področja $\Delta\omega$. Tako moramo, namesto kompleksne amplitude $\tilde{M}_1$, uvesti njeno frekvenčno gostoto $d\tilde{M}_1(\omega)/d\omega = \tilde{A}(\omega)/2\pi$. Časovni potek magnetizacije pa dobimo sedaj tako, da seštejemo prispevke k magnetizaciji po vseh frekvencah vrtenja ω .

$$\tilde{M}_{x'y'}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(\omega) e^{-i(\omega - \omega_r)t} d\omega \quad (2.6)$$

Funkcijo $\tilde{M}_{x'y'}(t)$ lahko izmerimo, vendar iz njenega časovnega poteka pogosto ne moremo določiti, kolikšen del magnetizacije in s kakšno fazo precesira pri kateri frekvenci. To pa lahko brez težav ugotovimo iz frekvenčne slike funkcije $\tilde{M}_{x'y'}(t)$ - spektra $\tilde{A}(\omega)$. Spekter $\tilde{A}(\omega)$ lahko izračunamo iz časovne slike $\tilde{M}_{x'y'}(t)$ na sledeč način

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{M}_{x'y'}(t) e^{i\omega' t} dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dt \tilde{A}(\omega) e^{i(\omega' + \omega_r - \omega)t} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{A}(\omega) 2\pi \delta(\omega' + \omega_r - \omega) = \tilde{A}(\omega' + \omega_r) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Prikazani računski postopek se imenuje Fourierova transformacija. Fourierova transformacija in njen obrat sta definirani kot

$$\begin{aligned} FT(f(t))(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt = F(\omega) \\ FT^{-1}(F(\omega))(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = f(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Spekter NMR - funkcija $\tilde{A}(\omega)$ je tako Fourierova transformacija signala proste precesije - funkcije $\tilde{M}_{x'y'}(t)$

$$\tilde{A}(\omega) = FT(\tilde{M}_{x'y'}(t))(\omega - \omega_r) \quad (2.9)$$

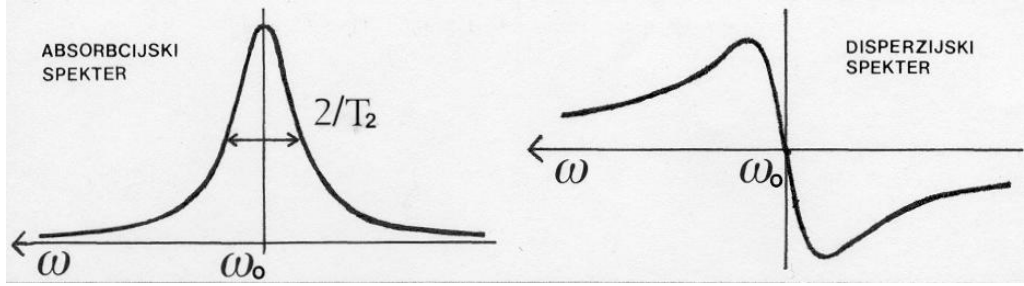
Za primer si bomo ogledali, kakšen je spekter signala proste precesije, ko imajo jedra le en resonančni vrh pri frekvenci ω_0 . Takrat je

$$\tilde{M}_{x'y'}(t) = M_1 e^{-t/T_2} e^{-i(\omega_0 - \omega_r)t} \quad ; \quad t \geq 0$$

Spekter tega signala je enak

$$\begin{aligned}
\tilde{A}(\omega) &= \int_0^\infty M_1 e^{-t/T_2 - i(\omega_0 - \omega_r)t} e^{i(\omega - \omega_r)t} dt = \\
&= \frac{M_1 T_2}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_0)^2} + i \frac{M_1 T_2^2 (\omega - \omega_0)}{1 + T_2^2 (\omega - \omega_0)^2}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Realni del tega spektra podaja značilno obliko NMR absorpcijske črte - Lorentzove črte. Širina te črte je merilo za hitrost transversalne relaksacije, saj velja, da je širina te črte na polovični višini enaka $2/T_2$.



Slika 2.5: Absorpcijski in disperzijski spekter

Doslej smo privzeli, da magnetizacija v vseh delih vzorca precesira na enak način. To nikoli ni povsem res, saj magnetno polje B_0 ni nikoli popolnoma homogeno, ravno tako pa je lahko tudi vzorec nehomogen. Signal proste precesije je vedno enak vsoti signalov iz vseh delov vzorca. Ti pa so sorazmerni s produktom magnetizacije, prostornine in sprejemnosti signala. V primeru kvadraturnega sprejema signala $\widetilde{ACQ}[\delta]$ izmerimo signal

$$signal(t) = D_{[\delta]} \int f(\vec{r}) \vec{M}'(\vec{r}, t) dV \tag{2.11}$$

Tu je $f(\vec{r})$ faktor sprejemnosti signala iz področja $\vec{r}$, $\vec{M}'$ je magnetizacija v vrtečem se koordinatnem sistemu, $D_{[\delta]}$ pa je matrika sprejema signala za faze $\delta = x, y, -x, -y$

$$\begin{aligned}
D_{[x]} &= \begin{bmatrix} -i & 1 & 0 \\ i & -1 & 0 \end{bmatrix} ; & D_{[y]} &= \begin{bmatrix} -1 & -i & 0 \\ 1 & i & 0 \end{bmatrix} \\
D_{[-x]} &= \begin{bmatrix} i & -1 & 0 \\ -i & 1 & 0 \end{bmatrix} ; & D_{[-y]} &= \begin{bmatrix} 1 & i & 0 \\ -1 & -i & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Tuljava s homogenim poljem B_1 sprejma signal iz vseh delov vzorca enako dobro, zato je tam sprejemnost krajevno neodvisna $f(\vec{r}) = f_0$. Drugače pa je pri tuljavi z nehomogenim poljem B_1 . Izkaže se (dodatek A), da so razmerja med sprejemnostmi signalov iz različnih delov vzorca enaka razmerjem med dolžinami pulzov

$$\frac{f(\vec{r})}{f_0} = \frac{\theta(\vec{r})}{\theta_0} \Rightarrow f(\vec{r}) = C \theta(\vec{r}) \tag{2.13}$$

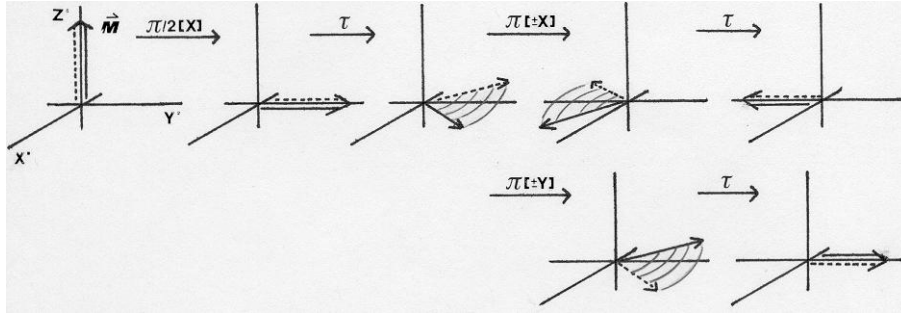
Tu sta f_0 in θ_0 sprejemnost in dolžina pulza v poljubni točki tuljave, faktor C pa je enak njunemu razmerju $C = f_0/\theta_0$.

V splošnem primeru moramo magnetizacijo $\tilde{M}_{x'y'}(t)$ v zgornjih enačbah razumeti kot krajevno povprečje magnetizacije $\tilde{M}_{x'y'}(\vec{r}, t)$, pomnožene s faktorjem $f(\vec{r})$; $\tilde{M}_{x'y'}(t) = \langle f(\vec{r}) \tilde{M}_{x'y'}(\vec{r}, t) \rangle / \langle f(\vec{r}) \rangle$. Ravno tako pa bi morali T_2 nadomestiti s T_2^* .

3. NMR s površinsko tuljavo

3.1 Spinski odmev za poljubno dolžino pulzov

Doslej smo v poglavju (1.1.5) spoznali, da lahko spinski odmev dobimo s pulznim zaporedjem $\pi/2[x] - \tau - \pi[x] - \tau$. Vendar to ni edino pulzno zaporedje s katerim lahko dobimo spinski odmev. Namesto pulza $\pi[x]$ bi lahko uporabili tudi pulze $\pi[-x]$, $\pi[y]$ in $\pi[-y]$. Razlika med pulzom $\pi[\pm x]$ in $\pi[\pm y]$ je v tem, da prvi zbere magnetizacijo vzdolž osi $-y'$, drugi pa vzdolž osi y' .



Slika 3.1: Združenje magnetizacije po pulzu $\pi[\pm x]$ in po pulzu $\pi[\pm y]$

V principu bi lahko vsak pulz dolžine π zbral magnetizacijo, ne glede na orientacijo B_1 v ravnini $x'y'$. Težave pa nastopijo takrat, ko dolžina pulza ni več enaka π . Na tak primer zlahka naletimo, saj nikoli ne moremo povsem natančno naravnati dolžino pulza na π , ravno tako pa tudi magnetno polje tuljave B_1 ni nikoli povsem homogeno. Naše pulzno zaporedje bi morali v teh primerih zapisati v obliki $\theta[x] - \tau - 2\theta[x] - \tau$.

Imejmo vzorec, katerega spekter NMR ima eno samo ozko spektralno črto. Opazujmo sedaj poljuben majhen del tega vzorca, v katerem je polje B_0 za δB_0 odmaknjeno od srednje vrednosti polja v vzorcu $\langle B_0 \rangle$. Učinek pulznega zaporedja na magnetizacijo v tem delu vzorca lahko opišemo z matrikami vrtežev. Vsakemu delu pulznega zaporedja pripišemo ustrezno matriko. Za nas bo pomemben predvsem del pulznega zaporedja, ki opisuje razorientacijo magnetizacije, refokusacijski pulz in ponovno združenje magnetizacije $\tau - 2\theta[x] - \tau$. Relaksacija magnetizacije v tem času nas ne bo zanimala in jo bomo zanemarili. V koordinatnem sistemu, ki se vrti s frekvenco $\omega_r = \gamma \langle B_0 \rangle$ so ustrezne matrike tega pulznega zaporedja enake

$$R_\tau = \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad R_{2\theta[x]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C & S \\ 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Tu je $c = \cos(\beta)$, $s = \sin(\beta)$ in $C = \cos(2\theta)$, $S = \sin(2\theta)$; β pa je zasuk magnetizacije okrog osi z' , v času τ ($\beta = \gamma \delta B_0 \tau$). Smer magnetizacije po opravljenem delu pulznega zaporedja $\tau - 2\theta[x] - \tau$ je enaka začetni smeri magnetizacije pomnoženi z matriko $R_\tau R_{2\theta[x]} R_\tau$

$$R_\tau R_{2\theta[x]} R_\tau = \begin{bmatrix} c^2 - s^2 C & c s (1 + C) & s S \\ -c s (1 + C) & c^2 C - s^2 & c S \\ s S & -c S & C \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Vidimo lahko, da je v splošnem primeru ta matrika odvisna od β . To pa pomeni, da pulz $2\theta[x]$ v splošnem ne more popolnoma združiti magnetizacije, saj je orientacija magnetizacije v času τ , po pulzu $2\theta[x]$, odvisna od β in zato tudi od nehomogenosti polja B_0 . Združenje magnetizacije je popolno samo v primeru, ko je $2\theta = \pi$; sicer pa je združenje magnetizacije toliko bolj nepopolno, kolikor večja je razlika med pulzoma 2θ in π . Ko je dolžina pulza idealna $2\theta = \pi$, je $C = -1$ in $S = 0$, matrika $R_\tau R_{2\theta[x]} R_\tau$ pa je takrat enaka

$$R_\tau R_{2\theta[x]} R_\tau = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Tako, kot smo pričakovali, je ta matrika tokrat neodvisna od β . Ker v njej prav nikjer ne nastopa β je očitno, da lahko pulz $\pi[x]$ združi vsako magnetizacijo, ki je bila na začetku združena, ne glede na njeno takratno orientacijo. Enako velja tudi za pulze $\pi[-x]$, $\pi[y]$ in $\pi[-y]$.

Včasih želimo posneti spekter NMR tudi iz odmeva signala proste precesije. Tega lahko posnamemo s pulznim zaporedjem $\theta[x] - \tau - 2\theta[x] - \tau - ACQ[-x]$. V kolikor ne bo dolžina pulza $2\theta[x]$ idealna, bo magnetizacija po času 2τ razpršena vzdolž osi $-y'$. Zato bo spekter odmeva signala proste precesije iz ustrezno majhnega dela vzorca mešanica absorpcijskega in disperzijskega spektra. Ker je spekter celotnega vzorca vsota spektrov posameznih delov vzorca, ti pa niso vsi enaka mešanica absorpcijskega in disperzijskega spektra, bo celoten spekter popačen. Le v primeru idealne dolžine pulza $2\theta = \pi$, bo imela magnetizacija v vsem vzorcu smer osi $-y'$, spekter vsakega dela vzorca bo takrat absorpcijski in tudi celoten spekter bo zato absorpcijski. Napak v spektru, zaradi neidealne dolžine pulza 2θ , ne bomo mogli odpraviti z nobeno fazno korekcijo. Rešitev pa bomo našli drugje, namreč v seštevanju več neidealnih odmevov signala proste precesije, dobljenih z različnimi 2θ pulzi. Oglejmo si, kaj dobimo z vsoto štirih odmevov signala, posnetih z naslednjimi pulznimi zaporedji

$$\begin{array}{lllll} \theta[x] & -\tau- & 2\theta[x] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[y] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-x] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-y] & -\tau- & ACQ[x] \end{array} \quad (3.4)$$

V teh pulznih zaporedjih fazo refokusacijskega 2θ pulza ciklično menjujemo, temu primerno pa moramo menjavati tudi fazo sprejema signala. Ta mora biti pri pulzu $2\theta[\pm x]$ ravno nasprotna, kot pri pulzu $2\theta[\pm y]$, saj nam pulz $2\theta[\pm x]$ zbere magnetizacijo ravno v nasprotni smeri, kot pulz $2\theta[\pm y]$. S tako izbiro faz sprejema signala dosežemo, da posnamemo z vsemi štirimi pulznimi zaporedji, pri idealni dolžini pulza $2\theta = \pi$, enak signal.

Z upoštevanjem enačb (2.11) in (2.13) lahko zapišemo vsakega od odmevov signala proste precesije. Zgornjim pulznim zaporedjem ustrezni signali so enaki

$$\begin{aligned} signal1(t) &= C D_{[-x]} \int \theta R_p(t) R_\tau R_{2\theta[x]} R_\tau R_{\theta[x]} \vec{M}_0 dV \\ signal2(t) &= C D_{[x]} \int \theta R_p(t) R_\tau R_{2\theta[y]} R_\tau R_{\theta[x]} \vec{M}_0 dV \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \text{signal3}(t) &= C D_{[-x]} \int \theta R_p(t) R_\tau R_{2\theta[-x]} R_\tau R_{\theta[x]} \vec{M}_0 dV \\ \text{signal4}(t) &= C D_{[x]} \int \theta R_p(t) R_\tau R_{2\theta[-y]} R_\tau R_{\theta[x]} \vec{M}_0 dV \end{aligned}$$

Tu je $D_{[\pm x]}$ matrika sprejema signala (enačba (2.12)) in $R_p(t)$ je matrika, ki opisuje precesijo magnetizacije s frekvenco $\gamma \delta B_0$ okrog osi z' . Zato, ker magnetno polje B_0 ni popolnoma homogeno, sta matriki R_p in R_τ krajevno odvisni. Ravno tako pa so v primeru, ko polje tuljave B_1 ni homogeno, krajevno odvisni tudi θ , R_θ in $R_{2\theta}$. Z upoštevanjem zveze $D_{[-x]} = -D_{[x]}$ lahko signal, dobljen s seštevanjem signalov od 1 do 4 zapišemo kot

$$\begin{aligned} \text{signal}(t) &= C D_{[x]} \int \theta R_p(t) \vec{M}_{ef} dV \\ \vec{M}_{ef} &= R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau R_{\theta[x]} \vec{M}_0 \\ R_{2\theta[\pm x, \pm y]} &= -R_{2\theta[x]} + R_{2\theta[y]} - R_{2\theta[-x]} + R_{2\theta[-y]} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Vsak signal opisuje precesijo nekakšne 'povprečne' magnetizacije v vzorcu. Če opazujemo le majhen del vzorca, potem bo tudi ta prispeval svoj del signala k signalu celotnega vzorca. Ta signal bo opisoval precesijo magnetizacije le v tem delu vzorca. V našem primeru imamo štiri pulzna zaporedja in z vsakim od njih dobimo različno precesijo magnetizacije in zato tudi različne signale precesij. Te precesije magnetizacij lahko označimo z $\vec{M}_1$, $\vec{M}_2$, $\vec{M}_3$ in $\vec{M}_4$, ustrezne signale pa z s_1 , s_2 , s_3 in s_4 . Ko te signale seštejemo, dobimo nov signal enak $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$. Tega lahko razložimo, kot signal precesije neke neprave - efektivne magnetizacije enake $\vec{M}_{ef} = -\vec{M}_1 + \vec{M}_2 - \vec{M}_3 + \vec{M}_4$.

Nastanek efektivne magnetizacije lahko razumemo tudi kot posledico delovanja nekega nepravlega pulza - efektivnega pulza $2\theta[\pm x, \pm y]$, ki je enak vsoti pravih pulzov $2\theta[x]$, $2\theta[y]$, $2\theta[-x]$ in $2\theta[-y]$. Tega pulza ne moremo direktno izvesti, vendar ima seštevanje signalov enak učinek kot če bi na vzorec lahko delovali s takim efektivnim pulzom. Matrika tega pulza je enaka $R_{2\theta[\pm x, \pm y]}$ (enačba (3.6))

$$\begin{aligned} & - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C & S \\ 0 & -S & C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & -S \\ 0 & 1 & 0 \\ S & 0 & C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C & -S \\ 0 & S & C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & S \\ 0 & 1 & 0 \\ -S & 0 & C \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{2\theta[\pm x, \pm y]} &= 2(1 - \cos(2\theta)) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 4 \sin^2(\theta) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Podobno, kot opisujejo sukanje prave magnetizacije pulzna zaporedja (3.4), opisuje 'sukanje' efektivne magnetizacije pulzno zaporedje $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$. Smer efektivne magnetizacije po delu pulznega zaporedja $\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$ je enaka začetni smeri efektivne magnetizacije, pomnožene z matriko $R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau$

$$R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau = 4 \sin^2(\theta) \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\implies R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau = 4 \sin^2(\theta) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Ta produkt matrik je neodvisen od $c = \cos(\beta)$ in $s = \sin(\beta)$. To pa pomeni, da nehomogenost polja B_0 ne vpliva na končno orientacijo efektivne magnetizacije. Ta je ravno tako neodvisna od kota θ . Efektivna magnetizacija, ki takoj po pulzu $\theta[x]$ precesira v vseh delih vzorca z isto fazo, se nato razorientira, bo po času 2τ po zaslugi efektivnega pulza $2\theta[\pm x, \pm y]$ zopet povsod precesirala z isto fazo. Pomembno je to, da lahko efektivni pulz $2\theta[\pm x, \pm y]$ zopet poenoti faze precesije efektivne magnetizacije ne glede na njegovo dolžino - vrednost 2θ .

Spekter, izračunan iz odmeva signala proste precesije, posnetega s pulznim zaporedjem $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$ ne bo popačen. Ta signal je zapis precesije efektivne magnetizacije, ta pa je v začetku snemanja signala povsod iste faze - ima smer osi y' . Spekter vsakega dela vzorca bo zato absorpcijski, tak pa bo tudi celoten spekter.

Oglejmo si sedaj, kakšen signal podaja enačba (3.6). Na začetku je efektivna magnetizacija enaka $\vec{M}_{ef} = (0, 0, M_0)$. Vzбудitveni pulz $\theta[x]$ jo zasučje v smer $R_{\theta[x]} \vec{M}_0 = M_0 (0, \sin(\theta), \cos(\theta))$. Z upoštevanjem (3.8) pa dobimo, da je efektivna magnetizacija po opravljenem pulznem zaporedju $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$ enaka $\vec{M}_{ef} = 4 \sin^3(\theta) M_0 (0, 1, 0)$. Efektivna magnetizacija ne obdrži takšne orientacije, saj magnetno polje B_0 ni povsem homogeno in zato ta magnetizacija precesira s frekvenco $\gamma \delta B_0$ okrog osi z' . To precesijo opisuje matrika $R_p(t)$, ki je enaka

$$R_p(t) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma \delta B_0 t) & \sin(\gamma \delta B_0 t) & 0 \\ -\sin(\gamma \delta B_0 t) & \cos(\gamma \delta B_0 t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Majhen del vzorca prostornine ΔV nam da signal enak $signal(t) = C D_{[x]} \theta R_p(t) \vec{M}_{ef} \Delta V = 4C \theta \sin^3(\theta) M_0 e^{-i\gamma \delta B_0 t} \Delta V$. Signal celotnega vzorca pa je vsota signalov vseh delov vzorca. Upoštevati moramo tudi, da so v splošnem θ , δB_0 in M_0 krajevno odvisni. S pulznim zaporedjem $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$ tako posnamemo signal enak

$$signal(t) = 4C \int \theta(\vec{r}) \sin^3(\theta(\vec{r})) M_0(\vec{r}) e^{-i\gamma \delta B_0(\vec{r})t} dV \quad (3.10)$$

Za primerjavo lahko zapišemo tudi signal, ki ga posnamemo z navadnim pulznim zaporedjem, brez spinskega odmeva $\theta[x] - ACQ[x]$. Od prejšnjega pulznega zaporedja loči to zaporedje del $\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$. Zato je signal v tem primeru za faktor $4 \sin^2(\theta)$ manjši kot v prejšnjem primeru

$$signal(t) = C \int \theta(\vec{r}) \sin(\theta(\vec{r})) M_0(\vec{r}) e^{-i\gamma \delta B_0(\vec{r})t} dV \quad (3.11)$$

Če uporabljamo tuljavo s homogenim magnetnim poljem B_1 , potem so dolžine pulzov θ v vseh delih vzorca enake. Takrat sprejemamo signal vsakega dela vzorca enako dobro. To velja za obe pulzni zaporedji, zato bomo z obema posneli podobna signala. Razlikovala se bosta le v intenziteti, njuna spektra pa bosta enaka.

Ker lahko s tehniko faznega cikliranja spinskega odmeva posnamemo signal, iz katerega je mogoče izračunati spekter, tudi če 2θ ni idealne dolžine, lahko uporabljamo v eksperimentih s spinskim odmevom tudi tuljave z nehomogenim poljem B_1 . Pri teh tuljavah je θ krajevno odvisen. Zaradi tega iz vseh delov vzorca ne dobimo signala enake intenzitete ampak je ta sorazmerna $\theta \sin(\theta)$ za pulzno zaporedje $\theta[x] - ACQ[x]$ in sorazmerna $\theta \sin^3(\theta)$ za pulzno zaporedje $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$. Uporaba tuljave z nehomogenim poljem B_1 nam omogoča prostorsko selektiven sprejem signala. Z obema pulznima zaporedjema bomo dobili največ signala iz področja, kjer je B_1 takšen, da velja $\theta = \gamma B_1 t_p = \pi/2, 3\pi/2, \dots = \theta_m$. Iz ostalih področij pa bomo dobili za faktor $(\theta/\theta_m) \sin(\theta)$ manj signala v primeru prvega in za faktor $(\theta/\theta_m) \sin^3(\theta)$ v primeru drugega pulznega zaporedja. Signala obeh pulznih zaporedij se zato razlikujeta v prostorski selektivnosti. Tako dobimo z drugim pulznim zaporedjem iz dela vzorca, kjer je dolžina pulza enaka θ , za faktor $\sin^2(\theta)$ manj signala kot s prvim pulznim zaporedjem. Drugo pulzno zaporedje je zato bolj prostorsko selektivno, kot prvo pulzno zaporedje. Prostorsko selektivnost lahko še izboljšamo z uporabo posebnih - globinskih pulznih zaporedij.

3.2 Globinska pulzna zaporedja in površinska tuljava

Osnovna zamisel globinskih pulznih zaporedij je doseči sprejem signala iz nekega dobro definirane področja vzorca na določeni globini. Pri tem pa mora biti lokalizacija aktivnega področja vzorca dosežena le z dolžino pulzov in uporabo ustrezne tuljave z nehomogenim poljem B_1 . Običajno v ta namen uporabljamo tuljave, ki jih položimo na površino vzorca - površinske tuljave. Najpreprostejši primer teh je tuljava v obliki krožne zanke. Vsem površinskim tuljavam je skupno to, da ustvarjajo najmočnejše magnetno polje na površini vzorca. To polje pa potem z naraščajočo globino pada. Ker je zasuk magnetizacije po pulzu sorazmeren jakosti polja B_1 , bodo tudi zasuki magnetizacije θ največji na površini vzorca, z naraščajočo globino pa se bodo manjšali. Če na primer izberemo trajanje pulza t_p tako, da je zasuk magnetizacije na površini vzorca enak $\theta = \gamma B_1(0) t_p = \pi$, potem bo v globini d določeni z enačbo $B_1(d) = B_1(0)/2$ zasuk magnetizacije enak $\theta = \pi/2$. To bo tudi globina iz katere bomo sprejeli največ signala. Sicer pa je širina področja iz katerega sprejememo večino signala, odvisna od geometrije tuljave, zavisi pa tudi od pulznega zaporedja s katerim sprejemamo signal. Slednjo lastnost izkoriščamo z globinskimi pulznimi zaporedji.

3.2.1 Globinska pulzna zaporedja

Na koncu poglavja o spinskem odmevu smo spoznali, da ima pulzno zaporedje $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$ s katerim snemamo signal po spinskem odmevu za faktor $\sin^2(\theta)$ boljšo prostorsko selektivnost kot pulzno zaporedje brez spinskega odmeva $\theta[x] - ACQ[x]$. Sedaj se zastavlja vprašanje, ali lahko z nadaljnim dodatkom dela pulznega zaporedja $\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$ dobimo ponovno spinski odmev in ali to pomeni nadaljno izboljšanje selektivnosti za faktor $\sin^2(\theta)$. Na to vprašanje bomo odgovorili tako, da bomo opazovali učinek n kratne ponovitve dela pulznega zaporedja $\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$ na efektivno magnetizacijo v poljubnem dovolj majhnem delu vzorca. Ta učinek opisuje produkt matrik $(R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau)^n$ (enačba (3.8))

$$(R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau)^n = 4^n \sin^{2n}(\theta) \begin{bmatrix} (-1)^n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Ker je produkt matrik $R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau$ neodvisen od zasuka magnetizacije zaradi nehomogenosti polja $\beta = \gamma \delta B_0 \tau$, je tudi n -ta potenca tega produkta neodvisna od β . To pa pomeni, da lahko po vsaki ponovitvi dela pulznega zaporedja $\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$ dobimo nepopačen spinski odmev efektivne magnetizacije. Vsaka ponovitev tega dela zaporedja pa povzroči tudi spremembo velikosti efektivne magnetizacije za faktor $4 \sin^2(\theta)$ in zato tudi za faktor $\sin^2(\theta)$ izboljša selektivnost pulznega zaporedja.

Oglejmo si sedaj, kakšen signal posnamemo po n spinskih odmevih s pulznim zaporedjem $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$. Podobno, kot smo v enačbi (3.6) zapisali signal efektivne magnetizacije po enem spinskem odmevu, bomo lahko po n spinskih odmevih ta signal zapisali kot

$$\begin{aligned} signal(t) &= C D_{[x]} \int \theta R_p(t) \vec{M}_{ef} dV \\ \vec{M}_{ef} &= (R_\tau R_{2\theta[\pm x, \pm y]} R_\tau)^n R_{\theta[x]} \vec{M}_0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Po pulznem zaporedju $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n$ je efektivna magnetizacija enaka $\vec{M}_{ef} = 4^n \sin^{2n+1}(\theta) M_0 (0, 1, 0)$. Majhen del vzorca prostornine ΔV nam da signal enak $signal(t) = C D_{[x]} \theta R_p(t) \vec{M}_{ef} \Delta V = 4^n C \theta \sin^{2n+1}(\theta) M_0 e^{-i\gamma \delta B_0 t} \Delta V$. Signal celotnega vzorca pa je vsota signalov vseh delov vzorca

$$signal(t) = 4^n C \int \theta(\vec{r}) \sin^{2n+1}(\theta(\vec{r})) M_0(\vec{r}) e^{-i\gamma \delta B_0(\vec{r})t} dV \quad (3.14)$$

Z n kratno ponovitvijo dela pulznega zaporedja $\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau$ smo dosegli, da je intenziteta sprejetega signala iz dela vzorca, kjer je dolžina pulza enaka θ , sorazmerna $\theta \sin^{2n+1}(\theta)$. Tako, kot se funkciji $\sin^{2n+1}(\theta)$ s povečevanjem n vse bolj ožijo vrhovi pri $\theta = \pi/2, 3\pi/2, \dots$, bomo tudi s temi pulznimi zaporedji s povečevanjem n dobivali signal iz vse ožjega področja vzorca okrog $\theta = \pi/2, 3\pi/2, \dots$. Debelino področja vzorca iz katerega sprejemamo večino signala, lahko s povečevanjem n takorekoč poljubno zožimo. Takrat lahko upravičeno trdimo, da sprejemamo signal iz neke določene globine vzorca, pulzno zaporedje $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$ pa zato upravičeno nosi ime globinsko pulzno zaporedje.

Pulznega zaporedja $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$ ne moremo direktno izvesti, pač pa lahko dosežemo učinek tega zaporedja s seštevanjem več signalov, posnetih z različnimi pulznimi zaporedji. Da bomo lahko določili, kakšna morajo biti ta zaporedja, bomo morali ubrati ravno obratno pot, kot smo to storili v primeru pulznega zaporedja $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$. Za razliko od takrat, ko smo pulznim zaporedjem (3.4) zapisali njihove signale (3.5), jih nato sešteli in dobili signal precesije efektivne magnetizacije (3.6), sedaj že na začetku vemo, kakšen je signal precesije efektivne magnetizacije (3.14). Ta signal moramo razstaviti na vsoto pravih - merljivih signalov. Vsak od teh signalov je oblike

$$signal(t) = \pm C D_{[x]} \int \theta R_p(t) R_\tau R_{2\theta[\delta_1]} R_{2\tau} R_{2\theta[\delta_2]} \dots R_{2\tau} R_{2\theta[\delta_n]} R_\tau R_{\theta[x]} \vec{M}_0 dV$$

Tu so $[\delta_1], [\delta_2], \dots, [\delta_n]$ faze 2θ pulzov. Te so lahko enake $[x], [y], [-x]$ in $[-y]$. Vseh signalov je toliko, kolikor je možnih različnih postavitev faz. Teh pa je 4^n . Od postavitve faz pa je odvisen tudi predznak signala. Ta je pozitiven, če v njem nastopa pulz 2θ s fazo $[x]$ ali $[-x]$ sodokrat, sicer pa je negativen. To, da ima signal negativen predznak pomeni, da ga moramo pri seštevajanju signalov namesto prišteti, odšteti. Običajno želimo signale le seštevati. Zato moramo takrat signale, v katerih nastopa pulz $2\theta[\pm x]$ lihokrat, posneti z nasprotno fazo, kot tiste signale v katerih nastopa sodokrat. Velja namreč $-D_{[x]} = D_{[-x]}$. Pulzno zaporedje s katerim posnamemo takšen signal je enako

$$\theta[x] - \tau - 2\theta[\delta_1] - 2\tau - 2\theta[\delta_2] - \dots - 2\tau - 2\theta[\delta_n] - \tau - ACQ[\pm x]$$

Kot primer si oglejmo pulzna zaporedja, katerih vsota ima učinek pulznega zaporedja $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^2 - ACQ[\pm x]$

$$\begin{array}{llllll} \theta[x] & -\tau- & 2\theta[x] & -2\tau- & 2\theta[x] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[x] & -2\tau- & 2\theta[y] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[x] & -2\tau- & 2\theta[-x] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[x] & -2\tau- & 2\theta[-y] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[y] & -2\tau- & 2\theta[x] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[y] & -2\tau- & 2\theta[y] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[y] & -2\tau- & 2\theta[-x] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[y] & -2\tau- & 2\theta[-y] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-x] & -2\tau- & 2\theta[x] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-x] & -2\tau- & 2\theta[y] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-x] & -2\tau- & 2\theta[-x] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-x] & -2\tau- & 2\theta[-y] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-y] & -2\tau- & 2\theta[x] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-y] & -2\tau- & 2\theta[y] & -\tau- & ACQ[x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-y] & -2\tau- & 2\theta[-x] & -\tau- & ACQ[-x] \\ \theta[x] & -\tau- & 2\theta[-y] & -2\tau- & 2\theta[-y] & -\tau- & ACQ[x] \end{array} \quad (3.15)$$

3..2.2 Magnetno polje krožne tokovne zanke

V pulznih eksperimentih sem uporabljal površinsko tuljavo v obliki krožne zanke. Zato si moramo ogledati, kakšno magnetno polje ustvarja ta tuljava, oziroma točneje, kakšno je njeno polje B_1 .

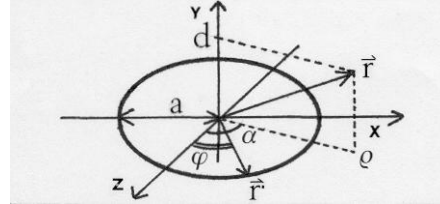
Magnetno polje v okolici vodnika po katerem teče tok lahko izračunamo s pomočjo Biot-Savartove formule

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{(\vec{r}' - \vec{r}) \times d\vec{r}'}{|\vec{r}' - \vec{r}|^3} \quad (3.16)$$

Tu je $\vec{B}(\vec{r})$ magnetno polje na mestu $\vec{r}$, I je tok v vodniku in $\vec{r}'$ je krajevni vektor do vodnika. Integracija teče v isti smeri kot tok, po vsej krivulji s katero opišemo vodnik. V našem primeru je ta krivulja krožnica.

Koordinatni sistem bomo postavili tako, da bo os y koordinatnega sistema sovpadala z osjo krožne zanke, ki leži v xz ravnini koordinatnega sistema. Krajevni vektor $\vec{r}$ lahko zapišemo s cilindričnimi spremenljivkami (ρ, α, d) , krajevni vektor $\vec{r}'$ pa s cilindričnimi spremenljivkami $(a, \varphi, 0)$

$$\begin{aligned}\vec{r} &= (\rho \sin(\alpha), d, \rho \cos(\alpha)) \\ \vec{r}' &= (a \sin(\varphi), 0, a \cos(\varphi)) \\ d\vec{r}' &= (a \cos(\varphi), 0, -a \sin(\varphi)) d\varphi\end{aligned}$$



Slika 3.2: Krožna tuljava

Tu je ρ velikost projekcije vektorja $\vec{r}$ na ravnino xz , α je kot med osjo z in smerjo te projekcije, d pa je projekcija vektorja $\vec{r}$ na os y . Vektor $\vec{r}'$ opiše vse točke krožne zanke polmera a , ko φ prepotuje vse vrednosti od $-\pi$ do π . S takšno izbiro novih spremenljivk lahko magnetno polje krožne zanke zapišemo v obliki

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(a d \sin(\varphi), a^2 - a \rho \cos(\varphi - \alpha), a d \cos(\varphi))}{(a^2 + \rho^2 - 2 a \rho \cos(\varphi - \alpha) + d^2)^{3/2}} d\varphi \quad (3.17)$$

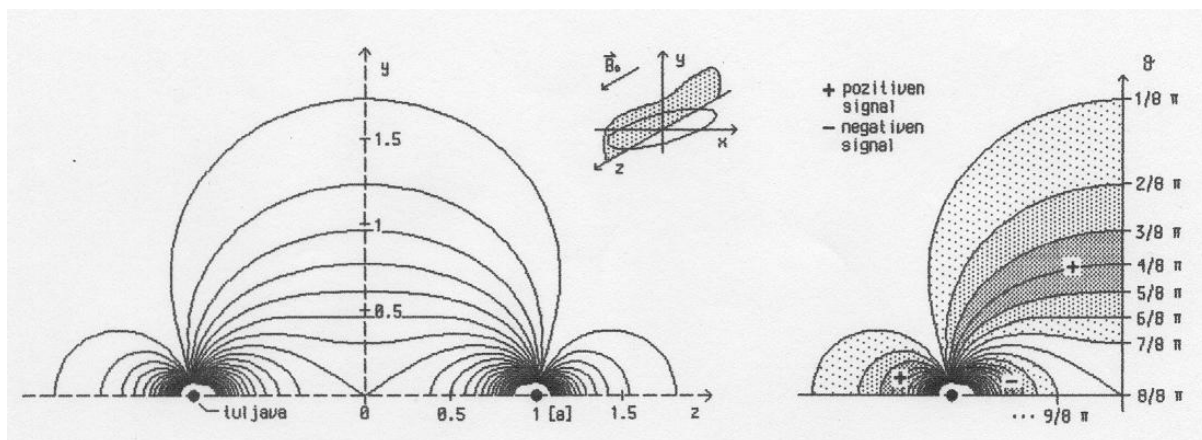
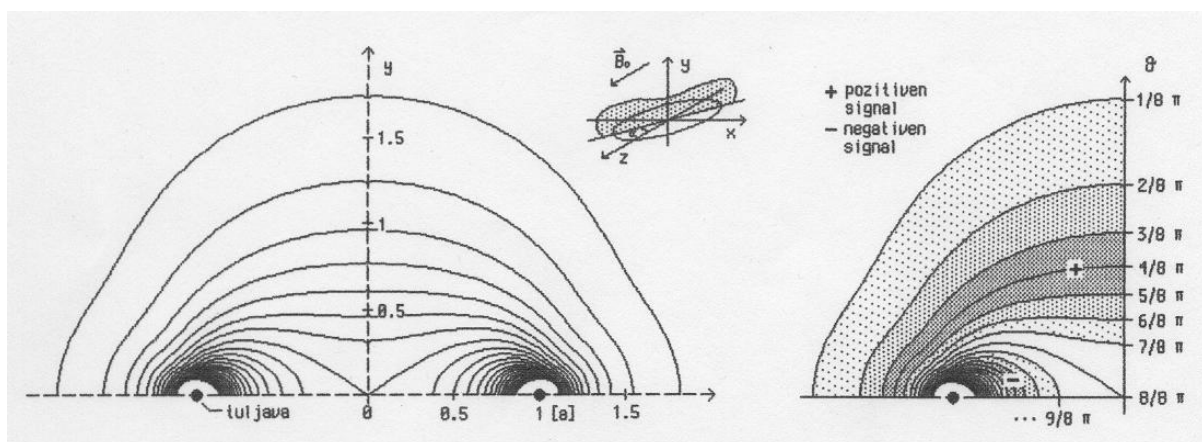
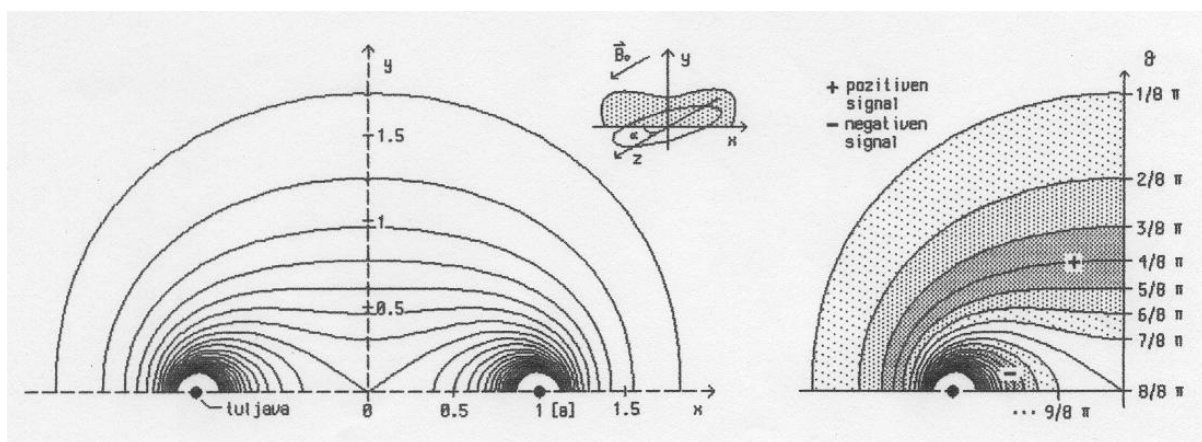
Magnetno polje krožne tokovne zanke je rotacijsko simetrično okrog osi y , zato ga lahko opišemo s komponentama v smeri radialnega vektorja B_ρ in v smeri osi tuljave B_d

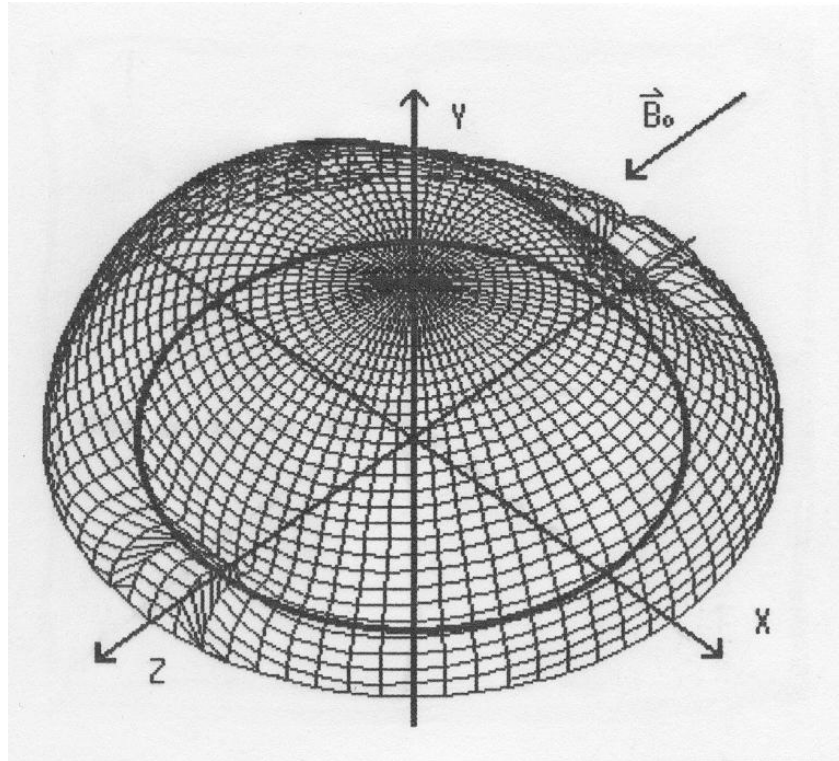
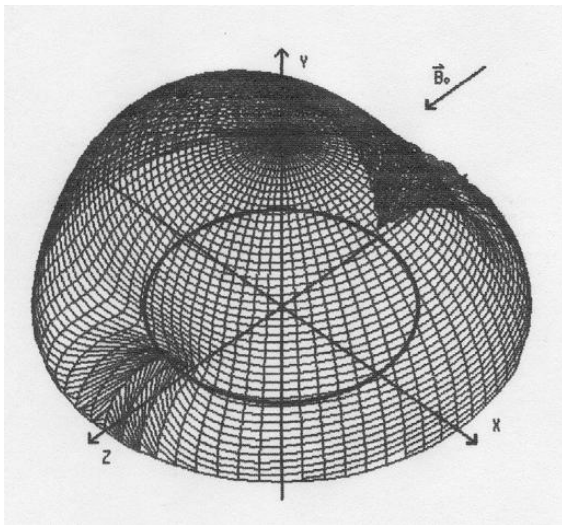
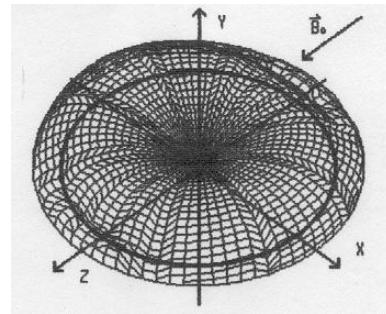
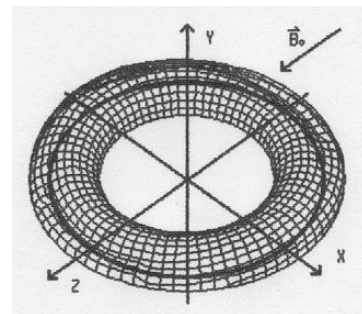
$$\vec{B}(\rho, \alpha, d) = (B_\rho(\rho, d) \sin(\alpha), B_d(\rho, d), B_\rho(\rho, d) \cos(\alpha)) \quad (3.18)$$

Po daljšem računanju (dodatek B) dobimo naslednje izraze za radialno in osno komponento magnetnega polja krožne tokovne zanke

$$\begin{aligned}B_\rho(\rho, d) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{d}{\rho R} (-K(k) + \frac{a^2 + \rho^2 + d^2}{(a - \rho)^2 + d^2} E(k)) \\ B_d(\rho, d) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{R} (K(k) + \frac{a^2 - \rho^2 - d^2}{(a - \rho)^2 + d^2} E(k)) \\ R^2 &= (a + \rho)^2 + d^2 \quad ; \quad k^2 = \frac{4 \rho a}{R^2}\end{aligned} \quad (3.19)$$

Tu sta $K(k)$ in $E(k)$ popolna eliptična integrala prve in druge vrste (dodatek B). K magnetnemu polju B_1 štejemo samo tiste komponente magnetnega polja $\vec{B}$, ki lahko ob pulzu sučejo magnetizacijo. To pa sta le komponenti x in y magnetnega polja $\vec{B}$, ne pa tudi komponenta z . Ta niha vzdolž smeri zunanjega magnetnega polja in ne vpliva na jedrske spine. S frekvenco ω_0 nihajoče polje $\vec{B}_{xy}$ sestoji iz dveh v nasprotni smeri vrtečih se polj. Eno od obeh se vrti v resonanci s precesijo jeder. To polje imenujemo B_1 , njegova

Slika 3.3: Presek nivojnic polja B_1 z ravnino $\alpha = 0$ Slika 3.4: Presek nivojnic polja B_1 z ravnino $\alpha = \pi/4$ Slika 3.5: Presek nivojnic polja B_1 z ravnino $\alpha = \pi/2$

Slika 3.6: Nivojnica $B_1 = 4/8 B_{1,0}$ Slika 3.7: Nivojnica $B_1 = 1/8 B_{1,0}$ Slika 3.8: Nivojnica $B_1 = 8/8 B_{1,0}$ Slika 3.9: Nivojnica $B_1 = 12/8 B_{1,0}$

velikost pa je enaka polovični amplitudi nihajočega magnetnega polja $\vec{B}_{xy}$. Če sta B_ρ in B_d radialna in osna komponenta magnetnega polja pri amplitudi toka $I = I_0$, potem je velikost vrtečega se magnetnega polja B_1 enaka

$$B_1(\rho, \alpha, d) = \frac{1}{2} \sqrt{B_d^2(\rho, d) + \sin^2(\alpha) B_\rho^2(\rho, d)} \quad (3.20)$$

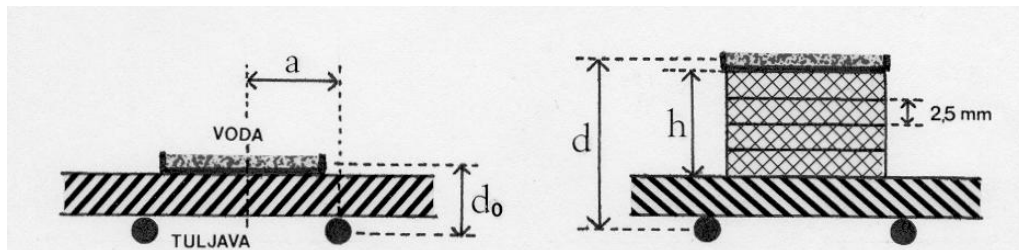
$B_1(\rho, \alpha, d)$ je skalarno polje, zato ga lahko predstavimo z nivojnicami. Te nam bodo dale tudi informacijo o prostorski porazdelitvi zasukov magnetizacije ob pulzu θ . Ti so namreč sorazmerni z B_1 , saj velja $\theta = \gamma B_1 t_p$. Na slikah [3.3], [3.4], [3.5] so prikazani preseki nivojnic polja B_1 z ravnino $\alpha = 0, \pi/4, \pi/2$. Med dvema sosednjima nivojnicama se B_1 vedno razlikuje za $B_{10}/8$, kjer je B_{10} vrednost B_1 v središču krožne zanke $B_{10} = B_1(0, 0, 0)$. Poleg slik nivojnic B_1 so prikazane tudi nivojnice θ za primer, ko je $\theta_0 = \theta(0, 0, 0) = \pi$. Temneje obarvana področja na teh slikah predstavljajo področja iz katerih dobimo večino signala. Slike [3.7], [3.6], [3.8], [3.9] prikazujejo trodimenzionalno sliko nivojnic B_1 za vrednosti polja $B_1/B_{10} = 1/8, 4/8, 8/8, 12/8$.

3.3 Meritve

3.3.1 Prostorska selektivnost globinskih pulznih zaporedij

Vedno lahko vzamemo tako majhen vzorec, da je v njem magnetno polje tuljave B_1 dovolj homogeno ne glede na lego vzorca. S premeščanjem tega vzorca po različnih delih okoli tuljave, lahko izmerimo prostorsko porazdelitev signala.

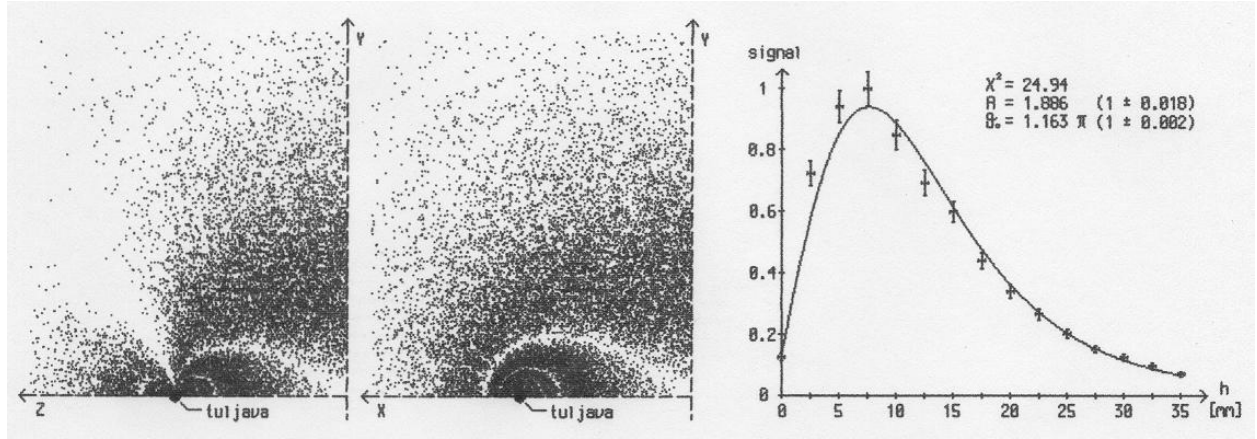
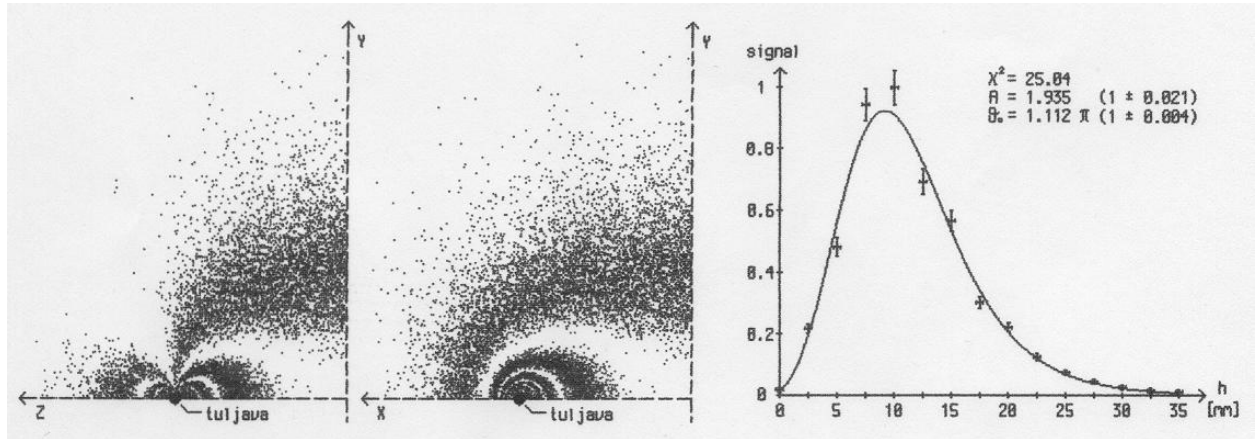
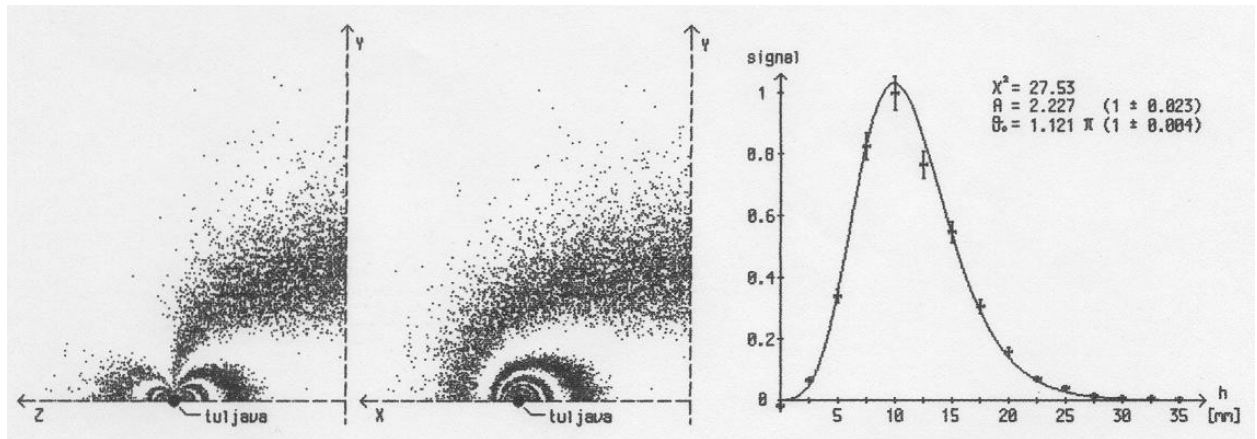
Meril sem porazdelitev signala v osi tuljave za globinska pulzna zaporedja $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$ brez spinskega odmeva ($n = 0$), z enim spinskim odmevom ($n = 1$; zaporedja (3.4)) in z dvema spinskima odmevoma ($n = 2$; zaporedja (3.15)). Pri poskusih sem uporabljal površinsko tuljavo polmera $a = 22,5 \text{ mm}$. Vzorec iz vode položen na površinsko tuljavo pa je dajal signal iz področja za $d_0 = 8 \text{ mm}$ nad osjo tuljave.



Slika 3.10: Merjenje intenzitete signala v osi tuljave

Ta vzorec sem potem s podlaganjem postopoma dvigal in pri vsaki višini h izmeril intenziteto signala. Dolžina pulzov θ in 2θ je bila za vsa tri pulzna zaporedja enaka. Določil pa sem jo tako, da je bil θ na višini d_0 ravno π ; $\theta(h = 0) = \pi$.

Teorija napove, da iz dela vzorca, kjer je dolžina pulza enaka θ , posnamemo s pulznim zaporedjem $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$ signal z intenziteto sorazmerno $\theta \sin^{2n+1}(\theta)$.

Slika 3.11: Porazdelitev intenzitete signala za $\theta[x] - ACQ[x]$ Slika 3.12: Porazdelitev intenzitete signala za $\theta[x] - \tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau - ACQ[\pm x]$ Slika 3.13: Porazdelitev intenzitete signala za $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^2 - ACQ[\pm x]$

Pravilnost tega teoretskega modela za intenziteto signala sem preveril z izmerjenimi vrednostmi. Če je θ_0 dolžina pulza v središču tuljave, potem se dolžina pulza in intenziteta signala v vseh ostalih točkah na osi tuljave izražata z naslednjima enačbama

$$\theta(h) = \frac{\theta_0}{(1 + (\frac{d_0+h}{a})^2)^{3/2}} \quad (3.21)$$

$$intenziteta(h; A, \theta_0) = A \frac{\theta(h)}{\theta_0} \sin^{2n+1}(\theta(h))$$

Tu je h neodvisna spremenljivka, n je število spinskih odmevov globinskega pulznega zaporedja, A in θ_0 pa sta modelska parametra. Ta neznana parametra sem z metodo najmanjših kvadratov določil tako, da se je modelska funkcija $intenziteta(h; A, \theta_0)$ kar se da dobro prilegala merskim točkam.

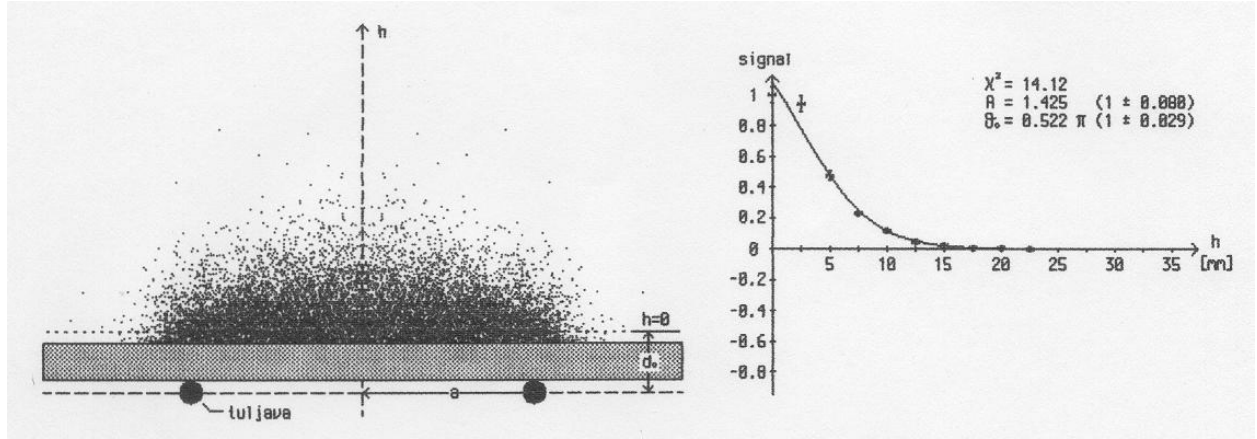
Na slikah [3.11], [3.12], [3.13] je prikazano ujemanje modelske funkcije z merskimi točkami za globinska pulzna zaporedja brez, z enim in z dvema spinskima odmevoma. Očitno je, da se modelska funkcija dobro prilega merskim točkam. Zato lahko upravičeno trdimo, da je naša teoretična napoved za intenziteto signala pravilna.

Poleg izmerjene porazdelitve signala v osi tuljave, je na teh slikah prikazana še izračunana prostorska porazdelitev signala: $signal \propto \theta \sin(\theta)$, $\theta \sin^3(\theta)$, $\theta \sin^5(\theta)$ v ravnini $\alpha = 0$ in $\alpha = \pi/2$ pri $\theta_0 = \pi$. Intenziteta signala je prikazana s počrtnitvijo; močnejši počrtnitvi ustreza močnejši signal. Področja, od koder sprejemamo večino signala, bomo imenovali aktivna področja. Vidimo lahko, da se poleg osrednjega aktivnega področja, kjer je $\theta = \pi/2$, pojavljajo še ostala aktivna področja, kjer je $\theta = 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$. Večji, kot je θ , bolj so ta področja blizu tuljave. Opazimo lahko tudi to, da se debelina aktivnih področij močno zmanjšuje s povečevanjem števila spinskih odmevov. Tako lahko z globinskim pulznim zaporedjem z dvema spinskima odmevoma, izmerimo signal že iz precej ozkega področja nad tuljavo.

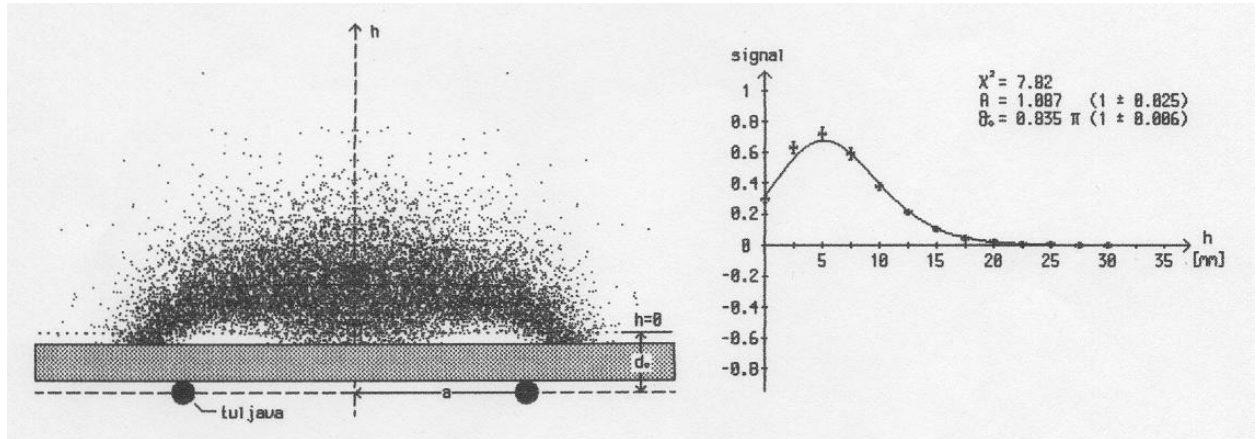
3..3.2 Odvisnost lege aktivnega področja od dolžine pulzov

Pod enakimi pogoji in z enakim načinom meritve, kot sem prej izmeril intenzitete signalov pri dolžini pulza $\theta(h = 0) = \pi$, sem za globinsko pulzno zaporedje z dvema spinskima odmevoma $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^2 - ACQ[\pm x]$ opravil tudi meritve pri dolžinah pulzov $\theta(h = 0) = 2\pi/4, 3\pi/4, \dots, 6\pi/4$. Ujemanje merskih točk z modelsko funkcijo $intenziteta(h; A, \theta_0)$ in ustrezna prostorska porazdelitev signala: $signal \propto \theta \sin^5(\theta)$ v ravnini $\alpha = \pi/2$ in je prikazano na slikah [3.14], [3.15], ... , [3.18].

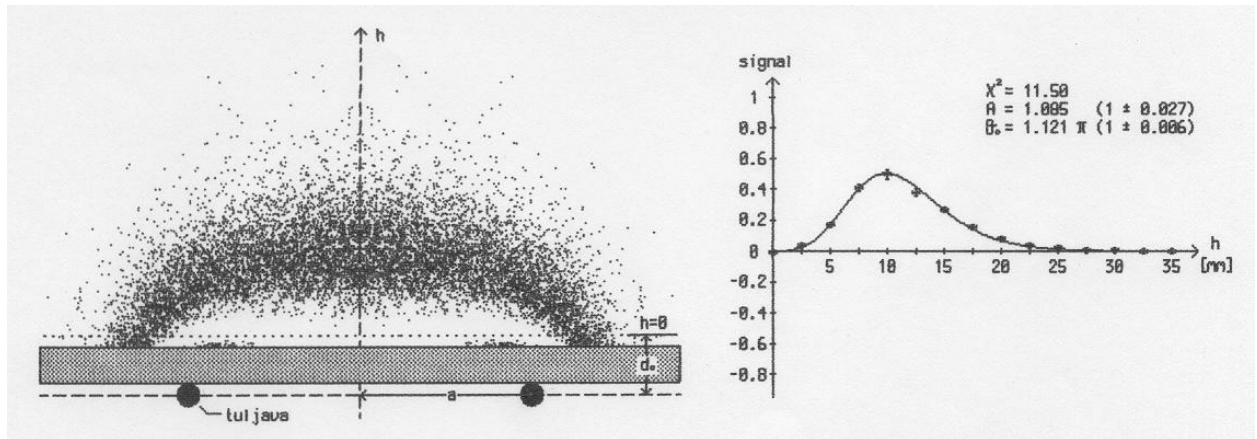
Na teh slikah lahko opazimo, kako se aktivno področje z naraščajočo dolžino pulza dviga. Tako na sliki [3.14], kjer je pulz najkrajši, dobivamo signal le iz področja takoj nad tuljavo. Na sliki [3.16] je na dnu dolžina pulza enaka π , zato od tam ne dobimo nič signala, dobivamo pa ga iz področja na višini $h = 10 \text{ mm}$. Na sliki [3.18], ko je pulz na dnu enak $3\pi/2$, dobivamo signal iz področja takoj nad tuljavo in iz višine $h = 18 \text{ mm}$. Vendar se oba signala razlikujeta tako po fazi, kot tudi po intenziteti. V področju vzorca, kjer je $\theta = 3\pi/2, 7\pi/2, \dots$ precesira magnetizacija s fazo, ki je za π premaknjena glede na fazo v področju, kjer je $\theta = \pi/2, 5\pi/2, \dots$. Zato je v prvem primeru signal negativen, v drugem pa pozitiven.



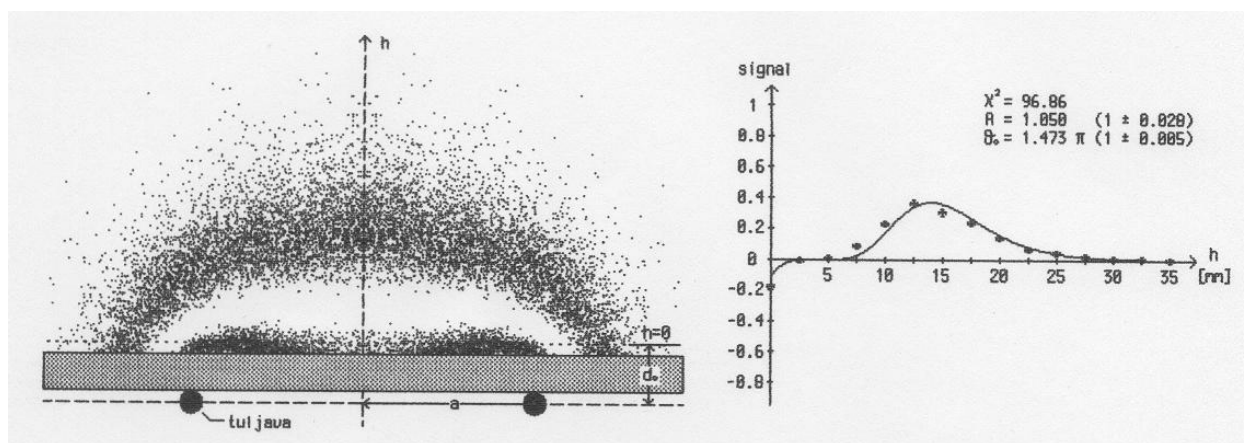
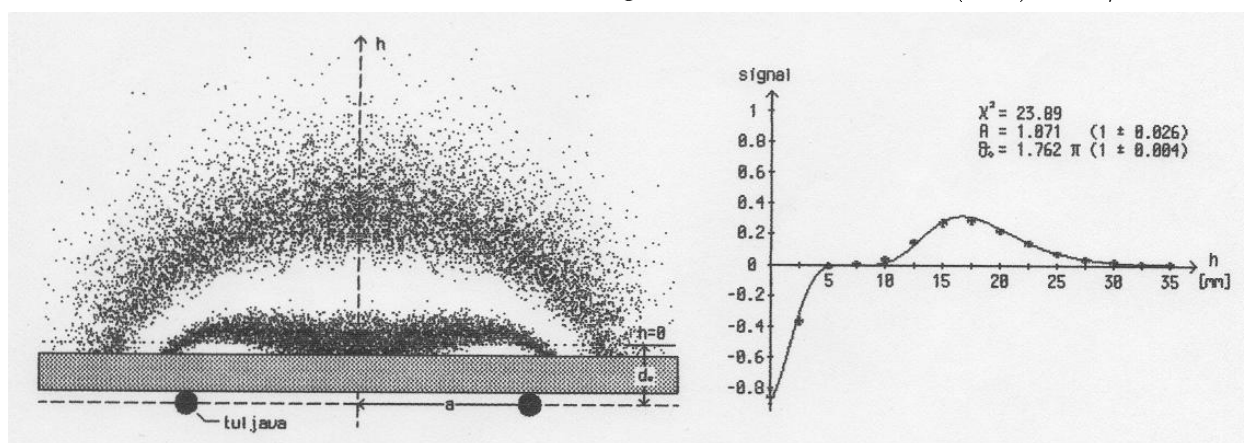
Slika 3.14: Porazdelitev intenzitete signala pri dolžini pulza $\theta(h=0) = 2\pi/4$



Slika 3.15: Porazdelitev intenzitete signala pri dolžini pulza $\theta(h=0) = 3\pi/4$

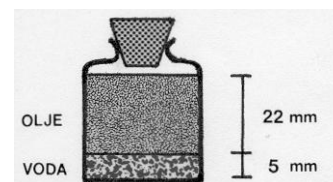


Slika 3.16: Porazdelitev intenzitete signala pri dolžini pulza $\theta(h=0) = 4\pi/4$

Slika 3.17: Porazdelitev intenzitete signala pri dolžini pulza $\theta(h=0) = 5\pi/4$ Slika 3.18: Porazdelitev intenzitete signala pri dolžini pulza $\theta(h=0) = 6\pi/4$

3.3.3 Spektri nehomogenega vzorca

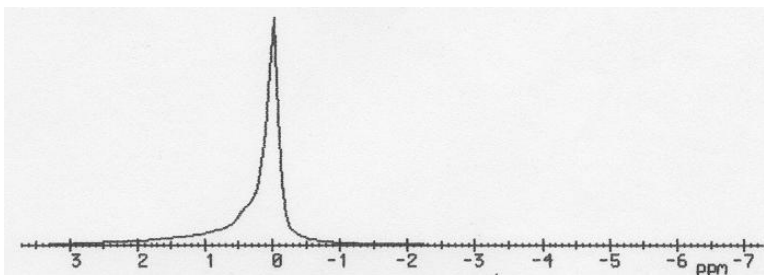
Pripravil sem poseben vzorec iz vode in olja. V stekleničko premera 22 mm sem na dno nalil 5 mm vode in jo nato zaprl s tanko plastjo voska. Na njega sem do vrha stekleničke nalil približno 22 mm visoko plast olja.



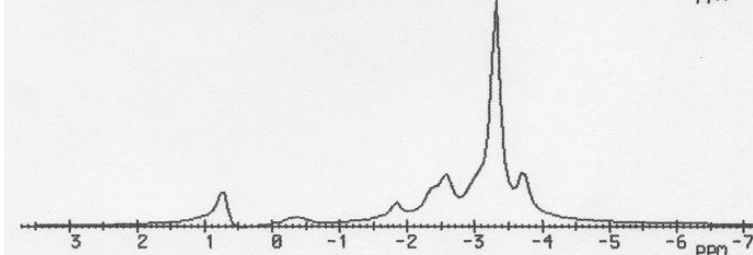
Slika 3.19: Vzorec

Meril sem vodikove spektre tega vzorca. Ker naš vzorec vsebuje vodo in olje, bo tudi njegov spekter vsota spektrov vode in olja. Spektra vode in olja se med seboj razlikujeta. Tako ima spekter vode eno samo ozko črto, spekter olja pa eno večjo, za $3,4\text{ ppm}$ premaknjeno glede na vodno črto in več manjših črt. Spektri vode, olja in vzorca z enako količino vode in olja so prikazani na slikah [3.20], [3.21], [3.22].

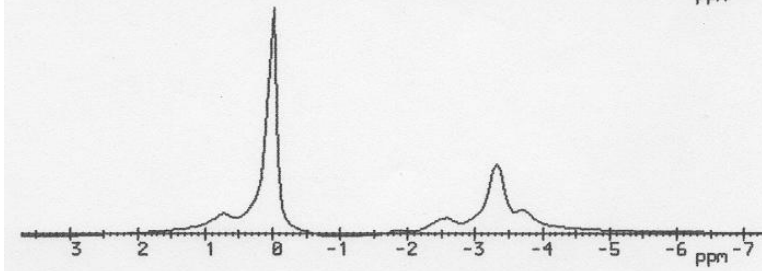
Slika 3.20: ^1H spekter
vode



Slika 3.21: ^1H spekter
olja



Slika 3.22: ^1H spekter
enake količine vode in
olja

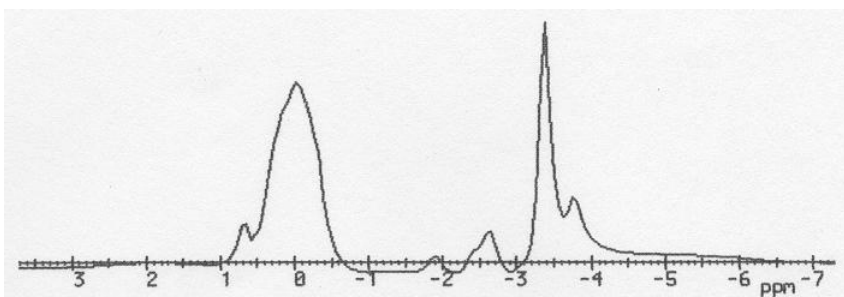


V grobem lahko rečemo, da je spekter našega vzorca sestavljen iz vodne in oljne črte. Višina vsake od obeh je sorazmerna s količino signala, ki prihaja iz področja vzorca, kjer je voda oziroma olje. Ker je voda na vrhu vzorca in olje v globini, pričakujemo, da bomo lahko z uporabo globinskih pulznih zaporedij enakrat lahko dobili samo spekter olja, drugič pa samo spekter vode. S številom spinskih odmevov globinskega pulznega zaporedja bomo lahko določili debelino aktivnega področja vzorca, z dolžino pulzov pa njegovo globino.

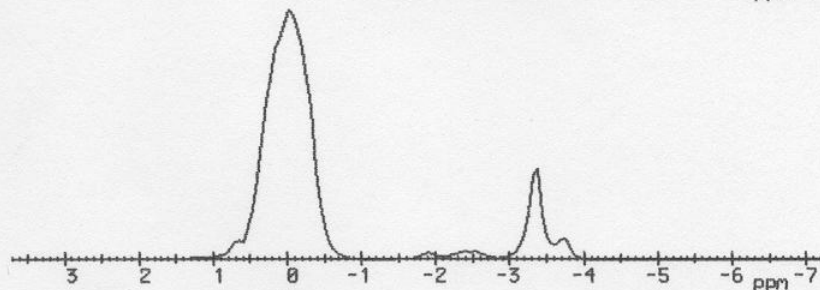
Izmeril sem spektre vzorca iz vode in olja z globinskimi pulznimi zaporedji $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^n - ACQ[\pm x]$ pri $n = 0, 1, 2$ in dolžini pulza $\theta(h = 0) = \pi/2$ (slike: [3.23], [3.24], [3.25]) ter dolžini pulza $\theta(h = 0) = \pi$ (slike: [3.26], [3.27], [3.28]).

Na slikah [3.23], [3.24], [3.25] lahko opazimo, kako s povečevanjem n upada višina oljne črte. To je tudi razumljivo, saj je debelina aktivnega področja vzorca pri $n = 0$ tako velika, da v veliki meri sega tudi v del vzorca, kjer je olje. Zato ima takrat spekter visoko oljno črto. Ko n povečujemo se debelina tega področja zmanjšuje, njegova lega pa ostaja ista. Tako je pri $n = 2$ širina aktivnega področja že tako tanka, da sega le še v del vzorca, kjer je voda. Zato takrat oljna črta skoraj povsem izgine in ostane le vodna črta, ki pa je ožene aktivnega področja vzorca ni skoraj nič prizadelo. Nekaj podobnega se dogaja tudi s spektri na slikah [3.26], [3.27], [3.28]. Tam je aktivno področje vzorca v globini približno 10 mm. Ko je $n = 0$ je debelina tega področja velika in zajame skoraj ves vzorec. S povečevanjem n pa debelina tega področja pada tako, da pri $n = 2$ že skoraj nič več ne sega v del vzorca z vodo, obenem tudi pokriva bistveno manjši del vzorca z oljem. Zato takrat tudi oljna črta močno upade.

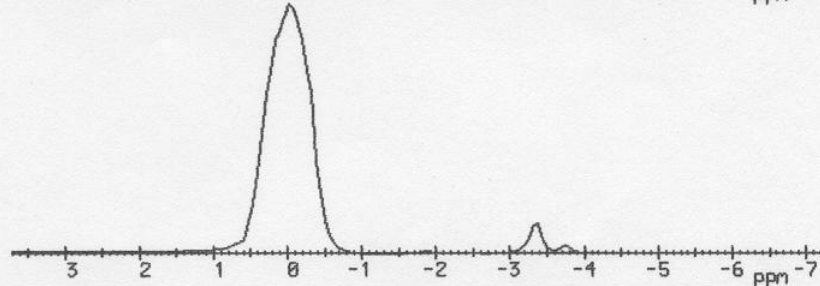
Slika 3.23: 1H spekter dvoplastnega vzorca za pulzno zaporedje θ ; ACQ pri $\theta(h=0) = \pi/2$



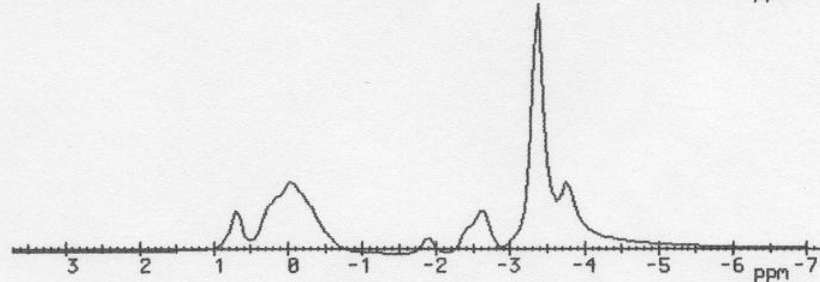
Slika 3.24: 1H spekter dvoplastnega vzorca za pulzno zaporedje θ ; $2\theta[\pm x, \pm y]$; ACQ pri $\theta(h=0) = \pi/2$



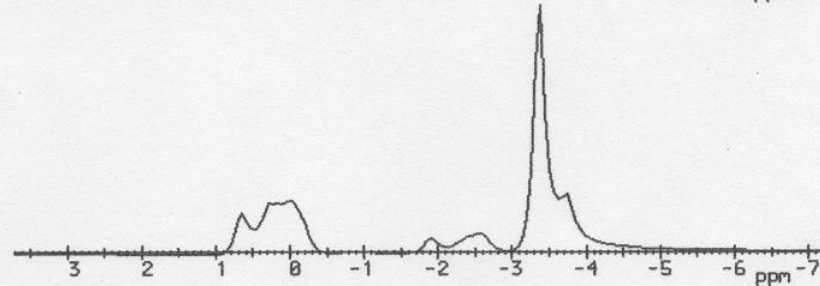
Slika 3.25: 1H spekter dvoplastnega vzorca za pulzno zaporedje θ ; $(2\theta[\pm x, \pm y])^2$; ACQ pri $\theta(h=0) = \pi/2$



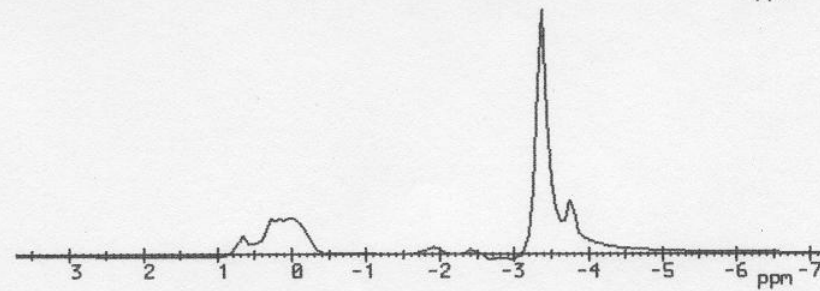
Slika 3.26: 1H spekter dvoplastnega vzorca za pulzno zaporedje θ ; ACQ pri $\theta(h=0) = \pi$

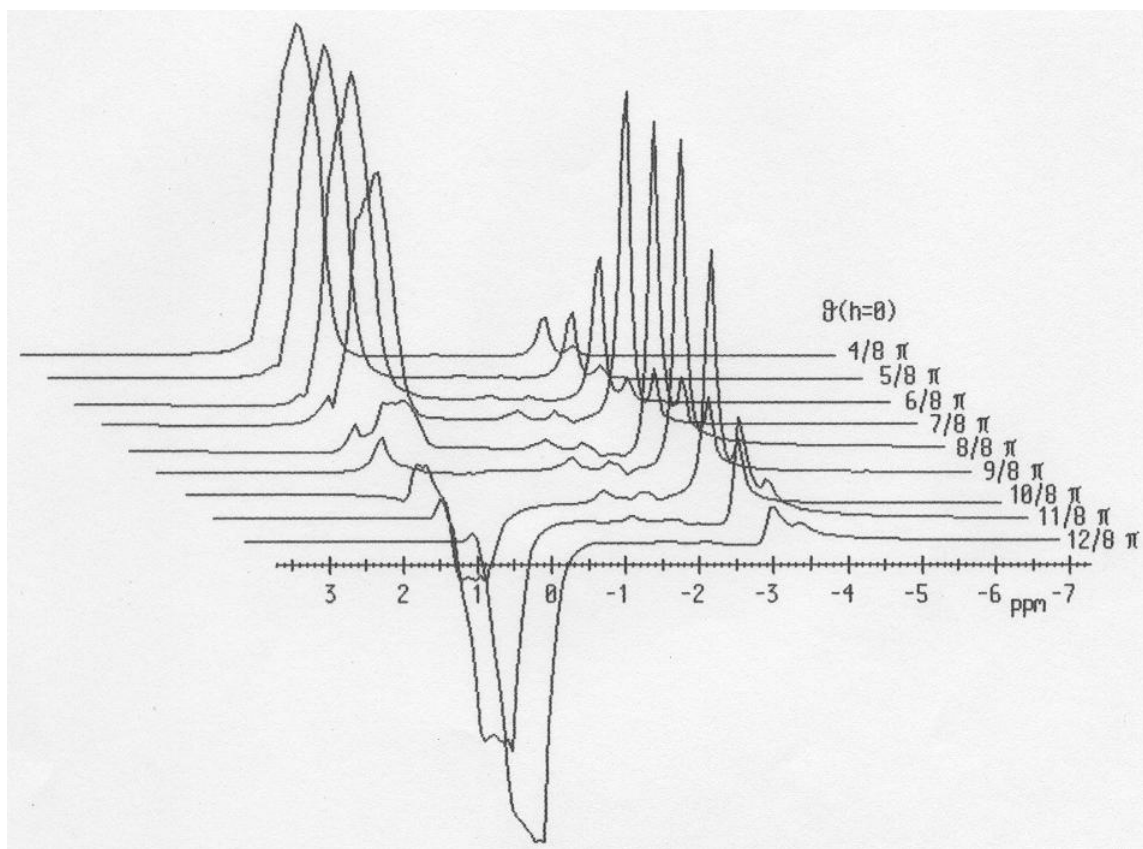


Slika 3.27: 1H spekter dvoplastnega vzorca za pulzno zaporedje θ ; $2\theta[\pm x, \pm y]$; ACQ pri $\theta(h=0) = \pi$

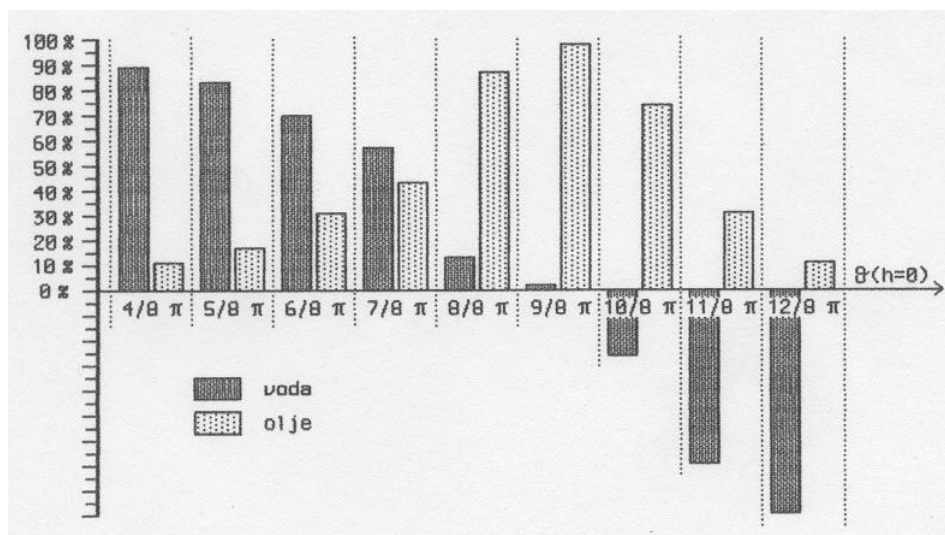


Slika 3.28: 1H spekter dvoplastnega vzorca za pulzno zaporedje θ ; $(2\theta[\pm x, \pm y])^2$; ACQ pri $\theta(h=0) = \pi$





Slika 3.29: ^1H spektri dvoplastnega vzorca pri $\theta(h=0) = 4\pi/8, \dots, 12\pi/8$



Slika 3.30: Razmerje med višino oljne in vodne črte v odvisnosti od dolžine pulza

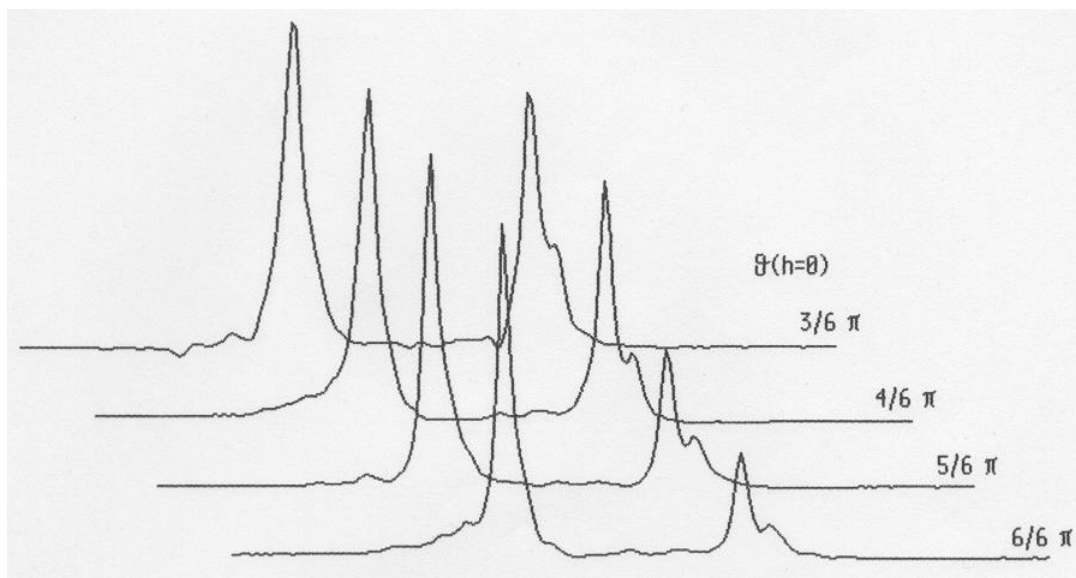
Z globinskim pulznim zaporedjem z dvema spinskima odmevoma ($n = 2$) sem izmeril tudi spektre pri različnih dolžinah pulzov. Vzorec, njegova lega in pogoji meritev so bili povsem enaki kot pri prej opisanih meritvah, le dolžine pulzov so bile različne. Te so bile enake $\theta(h = 0) = 4\pi/8, 5\pi/8, \dots, 12\pi/8$. Ti spektri so prikazani na sliki [3.29]. Slika [3.30] pa prikazuje razmerje med višino vodne in oljne črte v odvisnosti od dolžine pulza.

Ko je dolžina pulza najkrajša, sega aktivno področje samo v del vzorca z vodo in v spektru imamo samo vodno črto. Ko dolžino pulza povečujemo, se aktivno področje dviga, njegova širina pa ostaja približno enaka. Na spektru se to odraža tako, da vodna črta upada, oljna črta pa narašča. Pri dolžini pulza $\theta(h = 0) = 9\pi/8$ je to področje na taki višini, da prav nič več ne sega v področje vzorca z vodo. Zato takrat dobimo le oljno črto. Če dolžino pulza še naprej povečujemo, se poleg aktivnega področja $\theta = \pi/2$ začne pojavljati tudi aktivno področje $\theta = 3\pi/2$. Takrat dobimo v spektru tako vodno, kot tudi oljno črto, vendar s to razliko, da je vodna črta takrat obrnjena navzdol. To je razumljivo, saj je tedaj dolžina pulza v delu vzorca z vodo enaka $3\pi/2$, signal pa je tam negativen.

3.3.4 Spektri roke

Globinska pulzna zaporedja, kot metoda prostorsko selektivnega sprejema signala vzorca imajo svoj pomen v biofiziki. Pogosta želja pri takih poskusih z biološkimi vzorci je posneti spekter določenega tkiva ali organa, ki leži na površini ali pa globlje v vzorcu, ne da bi le tega poškodovali.

Za vzorec mi je služila podlaht roke. Z globinskim pulznim zaporedjem z dvema spinskima odmevoma $\theta[x] - (\tau - 2\theta[\pm x, \pm y] - \tau)^2 - ACQ[\pm x]$ sem pri dolžini pulza $\theta(h = 0) = 3\pi/6, 4\pi/6, 5\pi/6, 6\pi/6$ izmeril vodikove spektre roke (slika [3.31]).



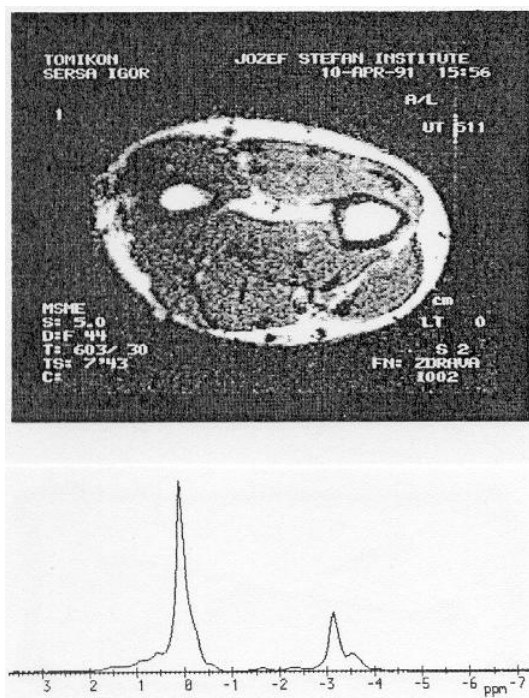
Slika 3.31: ^1H spektri podlahti zdrave roke pri $\theta(h=0) = 3\pi/6, \dots, 6\pi/6$

Ti spektri so precej podobni spektrom vzorca iz vode in olja. Tudi tu imamo zopet dve spektralni črti na približno istih mestih kot pri vzorcu iz vode in olja. Višjo spektralno črto lahko pripišemo vodi, preostalo črto pa ogljikovodikom - maščobam v tkivu.

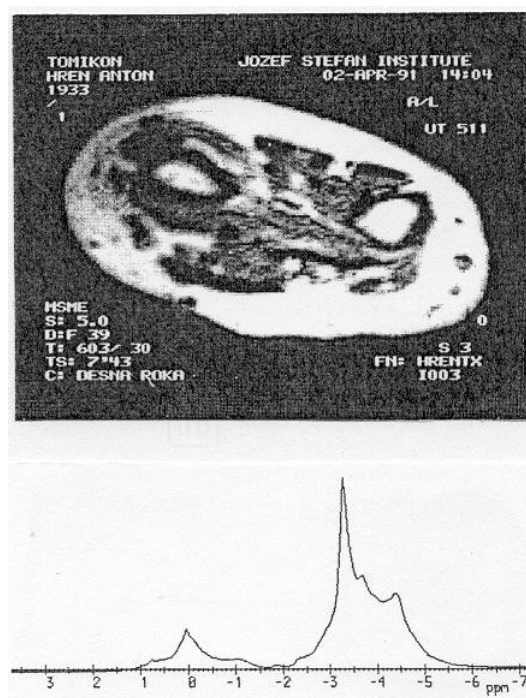
Ko je dolžina pulza najkrajša, zaobjame aktivno področje samo površino vzorca. Ker je v podkožnem tkivu veliko maščob, dobimo takrat v spektru visoko maščobno črto. Ko dolžino pulza povečujemo, se globina aktivnega področja povečuje, višina maščobne črte pa pada, saj je globlje pod kožo vse manj maščob. Tako pri najdaljšem pulzu, kjer je globina aktivnega področja približno 10 mm pod kožo, dobimo vodno črto bistveno višjo od maščobne.

Take meritve pa imajo lahko tudi uporabno vrednost v diagnostiki. Tako nam na primer zgoraj opisana meritev da precej drugačne rezultate, če namesto zdrave roke opazujemo za mišično distrofijo obolelo roko. Pri tej bolezni zdravo mišično tkivo propada, namesto njega pa se razrašča maščobno tkivo. Spektri tako obolele roke imajo precej višjo maščobno črto, kot pa jo ima spekter zdrave roke. Primerjava spektrov obolele in zdrave roke lahko pove marsikaj o stopnji obolenosti.

Na slikah spodaj je prikazana tomografska slika in ustrezen vodikov spekter podlahti zdrave roke (slika [3.32]) in podlahti za mišično distrofijo obolele roke (slika [3.33]). Spekter je posnet z globinskim pulznim zaporedjem z dvema spinskima odmevoma pri dolžini pulza $\theta(h=0) = \pi$. Svetla področja na tomografski sliki pripadajo maščobam, temna področja pa mišičnemu tkivu.



Slika 3.32: Podlaht zdrave roke



Slika 3.33: Podlaht za mišično distrofijo obolele roke

4. Sklep

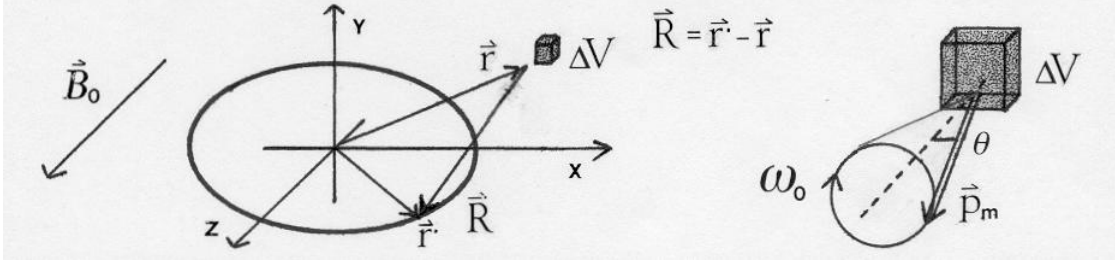
Globinska pulzna zaporedja so le ena od tehnik s katerimi lahko dobimo spekter NMR iz določenega dela vzorca. Za razliko od ostalih metod, ki temeljijo na uporabi gradientnih magnetnih polj, je prednost te metode v tem, da dosežemo lokalizacijo aktivnega področja vzorca le z uporabo površinskih tuljav in ustreznega pulznega zaporedja. Pri tem pa smo omejeni, saj obseg in obliko aktivnega področja določa geometrija površinske tuljave. S pulznim zaporedjem pa lahko vplivamo le na njegovo globino in debelino.

Pokazali smo, da lahko z gobinskim pulznim zaporedjem z dvema spinskima odmevoma učinkovito sprejemamo signal le iz določene globine, ki lahko sega do približno treh četrtin radija krožne tuljave. Nakazali pa smo tudi uporabo globinskih pulznih zaporedij v biofizikalnih raziskavah.

Visokoločljive raziskave NMR živih bitij so novo in zahtevno področje. Oprema potrebna za tovrstne raziskave je šele v zadnjem času postala širše dosegljiva. Zato so tudi raziskave NMR s površinskimi tuljavami še precej na začetku razvoja in lahko pričakujemo, da se bo na tem področju v prihodnosti še marsikaj odkrilo. Pričakujemo lahko razvoj na področju tehnik snemanja signala, kot tudi razvoj na področju površinskih tuljav in ostale opreme za NMR.

A Dodatek : Sprejemnost signala

Opazujemo majhen del vzorca prostornine ΔV na mestu $\vec{r}$ z magnetnim dipolnim momentom jeder $\vec{p}_m = \vec{M}_0 \Delta V$. Po vzbuditvenem pulzu bo ta magnetni moment precesiral, zato se bo spreminjal magnetni pretok skozi tuljavo in v njej se bo inducirala napetost - dobili bomo signal proste precesije.



Slika A1: Računanje signala majhnega dela vzorca

Predpostavili bomo, da imamo tuljavo z eno samo zaključeno tokovno zanko. Ta predpostavka ne bo prizadela splošnosti rezultata. Ta bo veljal za vsako tuljavo. Signal proste precesije je sorazmeren z inducirano napetostjo

$$signal \propto \frac{d\phi_m}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{P}} \vec{B}_{dip} d\vec{S} = \frac{d}{dt} \oint_{\partial\mathcal{P}} \vec{A}_{dip} d\vec{r} \quad (A1)$$

Tu je $\mathcal{P}$ ploskev, ki jo obroblja tokova zanka. Z uporabo Stokesove formule smo integral magnetnega polja $\vec{B}_{dip} = \nabla \times \vec{A}_{dip}$ po ploskvi $\mathcal{P}$ prevedli v integral vektorskega potenciala $\vec{A}_{dip}$ po robu ploskve $\partial\mathcal{P}$ - tokovni zanki. Vektorski potencial magnetnega dipola je v razdalji $\vec{R}$ od dipola enak $\vec{A}_{dip} = \mu_0/4\pi(\vec{p}_m \times \vec{R})/R^3$. Z upoštevanjem $\vec{R} = \vec{r}' - \vec{r}$ (slika [A1]) bomo lahko signal zapisali kot

$$signal \propto \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d}{dt} \oint_{\partial\mathcal{P}} \frac{\vec{p}_m \times (\vec{r}' - \vec{r})}{|\vec{r}' - \vec{r}|^3} d\vec{r}' = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{p}_m}{dt} \oint_{\partial\mathcal{P}} \frac{(\vec{r}' - \vec{r}) \times d\vec{r}'}{|\vec{r}' - \vec{r}|^3} \quad (A2)$$

Tu smo z upoštevanjem $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ ločili časovno odvisni del enačbe $d\vec{p}_m/dt$ od preostalega dela v katerem lahko prepoznamo del Biot-Savartove formule. Z Biot-Savartovo formulo lahko izračunamo magnetno polje tokovne zanke na mestu $\vec{r}$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{\partial\mathcal{P}} \frac{(\vec{r}' - \vec{r}) \times d\vec{r}'}{|\vec{r}' - \vec{r}|^3} \quad (A3)$$

Tu je I tok tokovne zanke, $\vec{r}'$ pa potuje po tokovni zanki. V času pulza teče po tej zanki sinusen tok z amplitudo I_0 in zato takrat magnetno polje $\vec{B}$ sinusno niha. Magnetno polje take zanke ni homogeno in ima v splošnem komponente v vseh treh smereh prostora B_x , B_y in B_z , vendar pa lahko na sukanje magnetnega momenta vpliva le komponenta $\vec{B}_{xy}$. S frekvenco ω_0 nihajoče polje $\vec{B}_{xy}$ lahko razstavimo na dve v nasprotni smeri vrteči se polji velikosti $B_1 = B_{xy,0}/2$, kjer je $B_{xy,0}$ amplituda nihajočega polja B_{xy} . Eno od obeh polj se vrti v isti smeri in z isto frekvenco kot precesirajo jedra. Po našem dogovoru ima, v

primeru pulza $\theta[x]$, to polje smer osi x' oziroma $\vec{B}_1 = B_1 \vec{i}'$. V trenutku $t = 0$ naj ima $\vec{i}'$ isto smer kot $\vec{B}_{xy}$. Pulz $\theta[x]$ zasuje magnetni moment za kot θ okrog osi x' tako, da je po pulzu $\vec{p}_m = p_m (\sin(\theta) \vec{j}' + \cos(\theta) \vec{k}')$. Odvod dipolnega magnetnega momenta po času je enak $d\vec{p}_m/dt = \vec{\omega}_0 \times \vec{p}_m$. Z upoštevanjem $\vec{\omega}_0 = -\omega_0 \vec{k}'$ dobimo $d\vec{p}_m/dt = \omega_0 p_m \sin(\theta) \vec{i}'$. Sedaj lahko inducirano napetost v tuljavi zapišemo kot

$$signal \propto \frac{d\vec{p}_m}{dt} \frac{\vec{B}}{I} = \frac{d\vec{p}_m}{dt} \frac{\vec{B}_{xy}}{I} \propto \frac{\omega_0 p_m B_1}{I_0} \sin(\theta) \vec{i}'(t) \vec{i}'(0) \quad (A4)$$

Tu smo upoštevali, da velja $\vec{B}_{xy}/I = \vec{B}_{xy,0}/I_0 = 2(B_1/I_0) \vec{i}'(0)$. Smer polja $\vec{B}_{xy}$ je v splošnem krajevno odvisna, zato po pulzu precesira magnetizacija s krajevno različnimi fazami precesije, gledano iz laboratorijskega sistema. Morda bi sedaj pričakovali, da bodo tudi zabeleženi signali različnih delov vzorca različne faze in zato spekter celotnega signala vsota različnih mešanic absorpcijskih in disperzijskih spektrov. Vendar se to ne zgodi. Vsak dovolj majhen del vzorca lahko opazujemo iz svojega vrtečega sistema, ki je v začetku tako orientiran, da ima $\vec{i}'(\vec{r}, 0)$ isto smer kot $\vec{B}_{xy}(\vec{r})$. Signal tega dela vzorca je sorazmeren $\vec{i}'(\vec{r}, t) \vec{i}'(\vec{r}, 0)$, ta produkt pa ni odvisen od začetne orientacije $\vec{i}'(\vec{r}, 0)$ in zato dobimo iz vsakega dela vzorca signal iste faze. Napak v spektru zato ni.

Signal celotnega vzorca je enak vsoti signalov iz vseh njegovih delov. Z upoštevanjem $\vec{i}'(\vec{r}, t) \vec{i}'(\vec{r}, 0) = \vec{i}'(t) \vec{i}'(0)$ lahko ta signal zapišemo kot

$$signal(t) \propto \int \frac{\omega_0 B_1(\vec{r})}{I_0} \sin(\theta(\vec{r})) M_0(\vec{r}) \vec{i}'(t) \vec{i}'(0) dV \quad (A5)$$

Po drugi strani pa s pulznim zaporedjem $\theta[x] - ACQ[x]$ dobimo signal, ki ga podaja enačba (2.11)

$$\begin{aligned} signal(t) &= D_{[x]} \int f(\vec{r}) M_0(\vec{r}) (0, \sin(\theta(\vec{r})), \cos(\theta(\vec{r}))) dV \\ &= \int f(\vec{r}) \sin(\theta(\vec{r})) M_0(\vec{r}) dV \end{aligned} \quad (A6)$$

V prvem primeru se signal nanaša na inducirano napetost v tuljavi, v drugem pa na kompleksen signal, ki ga dobimo s kvadraturno detekcijo iz faznega detektorja. Amplitudi obeh signalov morata imeti enako krajevno odvisnost. Zato je krajevna odvisnost sprejemnosti signala $f(\vec{r})$ enaka krajevni odvisnosti polja $B_1(\vec{r})$ oziroma zasuku magnetizacije ob pulzu $\theta(\vec{r})$, saj velja $\theta = \gamma B_1 t_p$. Tako lahko zapišemo

$$\frac{f(\vec{r})}{f_0} = \frac{\theta(\vec{r})}{\theta_0} \quad (A7)$$

Tu sta f_0 in θ_0 sprejemnost in zasuk magnetizacije v poljubni referenčni točki tuljave.

B Dodatek : Magnetno polje krožne tokovne zanke

Magnetno polje krožne tokovne zanke polmera a , ki leži v ravnini xz , njeno središče pa sovpada s koordinatnim izhodiščem, je na mestu $\vec{r} = (\rho \sin(\alpha), d, \rho \cos(\alpha))$ enako

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(a d \sin(\varphi), a^2 - a \rho \cos(\varphi - \alpha), a d \cos(\varphi))}{(a^2 + \rho^2 - 2 a \rho \cos(\varphi - \alpha) + d^2)^{3/2}} d\varphi \quad (B1)$$

V tem integralu lahko namesto spremenljivke φ pišemo $\varphi + \alpha$. Pri tem se meji integracije spremenita tako, da integracija sedaj poteka od $-\pi - \alpha$ do $\pi - \alpha$. Ker je funkcija pod integralom periodična po φ s periodo 2π , integracija pa poteka po φ v območju cele periode funkcije, lahko prištejemo spodnji in zgornji meji integrala α in to ne bo spremenilo vrednosti integrala. Zgornji integral preide tako v obliko

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(a d \sin(\varphi + \alpha), a^2 - a \rho \cos(\varphi), a d \cos(\varphi + \alpha))}{(a^2 + \rho^2 - 2 a \rho \cos(\varphi) + d^2)^{3/2}} d\varphi \quad (B2)$$

Funkcijo pod tem integralom lahko z upoštevanjem adicijskih izrekov za funkciji $\cos$ in $\sin$ razstavimo na sodi in lihi del

$$\begin{aligned} \cos(\varphi + \alpha) &= \cos(\varphi) \cos(\alpha) - \sin(\varphi) \sin(\alpha) \\ \sin(\varphi + \alpha) &= \sin(\varphi) \cos(\alpha) + \cos(\varphi) \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (B3)$$

Ker je imenoalec te funkcije sod, bo sodi del funkcije imel števce oblike $C_1 + C_2 \cos(\varphi)$ lihi pa $C_3 \sin(\varphi)$ (tu so C_1 , C_2 in C_3 poljubne konstante). Integral sodega dela funkcije od $-\pi$ do 0 je enak integralu od 0 do π , integral lihega dela funkcije od $-\pi$ do 0 pa je nasprotno enak integralu od 0 do π . Zato je integral sodega dela funkcije od $-\pi$ do π enak dvakratni vrednosti integrala od 0 do π , integral lihega dela funkcije od $-\pi$ do π pa je enak nič.

$$\begin{aligned} \vec{B}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{(a d \sin(\alpha) \cos(\varphi), a^2 - a \rho \cos(\varphi), a d \cos(\alpha) \cos(\varphi))}{(a^2 + \rho^2 - 2 a \rho \cos(\varphi) + d^2)^{3/2}} d\varphi \\ &= (B_\rho(\rho, d) \sin(\alpha), B_d(\rho, d), B_\rho(\rho, d) \cos(\alpha)) \end{aligned} \quad (B4)$$

Magnetno polje krožne tokovne zanke je rotacijsko simetrično okrog osi y , zato ga lahko razstavimo na komponento v smeri radialnega vektorja B_ρ in komponento v smeri osi tuljave B_d . Z uvedbo novih spremenljivk

$$R^2 = (a + \rho)^2 + d^2 \quad ; \quad k^2 = \frac{4 \rho a}{R^2} \quad (B5)$$

in zamenjavo integracijske spremenljivke φ z $\pi - 2\varphi$ lahko B_ρ in B_d zapišemo v obliki

$$\begin{aligned} B_\rho(\rho, d) &= \frac{\mu_0 I}{\pi R^3} \int_0^{\pi/2} \frac{2 a d \sin^2(\varphi) - a d}{(1 - k^2 \sin^2(\varphi))^{3/2}} d\varphi \\ B_d(\rho, d) &= \frac{\mu_0 I}{\pi R^3} \int_0^{\pi/2} \frac{a^2 + a \rho - 2 a \rho \sin^2(\varphi)}{(1 - k^2 \sin^2(\varphi))^{3/2}} d\varphi \end{aligned} \quad (B6)$$

Čeprav ti integrali na prvi pogled izgledajo precej brezupno pa se vendarle izkaže, da jih lahko izrazimo s standardnimi funkcijami. Te funkcije so popolni eliptični integrali

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(\varphi)}} d\varphi \quad (\text{B7})$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2(\varphi)} d\varphi$$

Tu sta $K(k)$ in $E(k)$ popolna eliptična integrala prve in druge vrste. Z upoštevanjem zvez

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2(\varphi))^{3/2}} d\varphi = \frac{E(k)}{1 - k^2} \quad (\text{B8})$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2(\varphi)}{(1 - k^2 \sin^2(\varphi))^{3/2}} d\varphi = \frac{E(k)}{k^2 (1 - k^2)} - \frac{K(k)}{k^2}$$

in nekoliko preračunavanja, lahko radialno komponento B_ρ in osno komponento B_d magnetnega polja izrazimo na sledeč način

$$B_\rho(\rho, d) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{d}{\rho R} \left(-K(k) + \frac{a^2 + \rho^2 + d^2}{(a - \rho)^2 + d^2} E(k) \right) \quad (\text{B9})$$

$$B_d(\rho, d) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{R} \left(K(k) + \frac{a^2 - \rho^2 - d^2}{(a - \rho)^2 + d^2} E(k) \right)$$

Literatura

- [Sl] C. P. Slichter , *Principles of Magnetic Resonance*
Harper and Row, (1963)
- [RT] F. A. Rushworth & D. P. Tunstall , *Nuclear Magnetic Resonance*
Gordon and Breach, Science Publishers, (1973)
- [FB] T. C. Farrar & E. D. Becker , *Pulse and Fourier Transform NMR*
Academic Press, (1971)
- [PP] C. L. Partain, R. R. Price, J. A. Patton, M. V. Kulkarni, A. E. James , *Magnetic Resonance Imaging, Physical Principles and Instrumentation*
WB. Saunders Company, (1988)
- [BG] M. R. Bendall & R. E. Gordon , *Depth and Refocusing Pulses Designed for Multi-pulse NMR with Surface Coils*
Journal of Magnetic Resonance 53, 365 - 385, (1983)
- [AG] J. H. Ackerman, T. H. Grove, G. G. Wong, D. G. Gadian, G. K. Radda , *Mapping of metabolites in whole animals by ^{31}P NMR using surface coils*
Nature 283, 167-170 (1980)
- [NB] T. C. Ng, M. R. Bendall , *Depth pulse localization of surface-coil sensitive region*
Magnetic Resonance in Medicine 1, 216-217 (1984)
- [BP] M. R. Bendall, D. T. Pegg , *Theoretical description of depth pulse sequences, on and off resonance, including improvements and extensions thereof.*
Magnetic Resonance in Medicine 2, 91-113, (1985)
- [Sm] W. R. Smythe , *Static and Dynamic Electricity*
McGraw - Hill, New York, (1968)
- [PF] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling , *Numerical Recipes*
Cambridge, (1989)